



# **Serie Documentos de Trabajo**

Superintendencia de Seguridad Social  
Santiago - Chile

## **DOCUMENTO DE TRABAJO N° 7**

**Evaluar la efectividad de las carteras de inversión para dar cobertura a los fondos de reservas de las mutualidades de empleadores de la Ley N° 16.744 y determine un modelo de cálculo de premio por riesgo de liquidez en el mercado nacional**

PKF Chile Auditores Consultores Ltda.

Diciembre 2013





## **SUPERINTENDENCIA DE SEGURIDAD SOCIAL**

### **SUPERINTENDENCE OF SOCIAL SECURITY**

La Serie Documentos de Trabajo corresponde a una línea de publicaciones de la Superintendencia de Seguridad Social, que tiene por objetivo divulgar trabajos de investigación y estudios realizados por profesionales de esta institución, encargados o contribuidos por terceros. El objetivo de estas publicaciones es relevar temas de interés para las políticas de seguridad social, difundir el conocimiento adquirido e incentivar el intercambio de ideas.

Los trabajos aquí publicados tienen carácter preliminar y están disponibles para su discusión y comentarios. Los contenidos, análisis y conclusiones expresados son de exclusiva responsabilidad de su(s) autor(es), y no reflejan necesariamente la opinión de la Superintendencia de Seguridad Social.

Si requiere de mayor información, o desea contactarse con el equipo editorial, escriba a: [publicaciones@suseso.cl](mailto:publicaciones@suseso.cl).

Si desea conocer otras publicaciones, artículos de investigación y proyectos de la Superintendencia de Seguridad Social, visite nuestro sitio web: [www.suseso.cl](http://www.suseso.cl).

The Working Papers Series of the Superintendence of Social Security disseminates research and policy analysis conducted by its staff, outsourced or contributed by third parties. The purpose of the series is to discuss issues of interest for the social security policies, expose new knowledge and encourage the exchange of ideas.

These papers are preliminary research reports intended for discussion and comments. The contents, analysis and conclusions presented are solely the responsibility of the author(s), and do not necessarily reflect the position of the Superintendence of Social Security.

For further information, or to contact the editors, please write to: [publicaciones@suseso.cl](mailto:publicaciones@suseso.cl).

For other publications, research papers and projects of the Superintendence of Social Security, please visit our website: [www.suseso.cl](http://www.suseso.cl).

Superintendencia de Seguridad Social  
Huérfanos 1376  
Santiago, Chile.

**SUSESO**

**PKF CHILE**

**CONSULTORÍA – REFERIDA A:**

**EVALUAR LA EFECTIVIDAD DE LAS CARTERAS  
DE INVERSIÓN PARA DAR COBERTURA A LOS  
FONDOS DE RESERVAS DE LA MUTUALIDADES  
DE EMPLEADORES DE LA LEY N° 16.744 Y  
DETERMINE UN MODELO DE CÁLCULO DE  
PREMIO POR RIESGO DE LIQUIDEZ EN EL  
MERCADO NACIONAL**

**INFORME CONSOLIDADO**

**Santiago-Chile, Diciembre de 2013**

# Superintendencia de Seguridad Social

## CONSULTORÍA – REFERIDA A:

### **EVALUAR LA EFECTIVIDAD DE LAS CARTERAS DE INVERSIÓN PARA DAR COBERTURA A LOS FONDOS DE RESERVAS DE LA MUTUALIDADES DE EMPLEADORES DE LA LEY Nº 16.744 Y DETERMINE UN MODELO DE CÁLCULO DE PREMIO POR RIESGO DE LIQUIDEZ EN EL MERCADO NACIONAL**

#### CONTENIDO

I.	INTRODUCCION	3
II.	ALCANCE DEL ANALISIS	6
III.	REVISIÓN Y OPINIÓN SOBRE LAS ACTUALES CARTERAS DE INVERSIÓN	7
IV.	PROPUESTAS DE CRITERIOS PARA CONFORMAR UNA CARTERA DE INVERSIÓN DE RESPALDO DE RESERVAS	24
V.	MARCO CONCEPTUAL INTRODUCTORIO SOBRE EL MODELO DE CÁLCULO DE PREMIO POR LIQUIDEZ PARA EL MERCADO NACIONAL	62
VI.	COMPOSICION DE LAS CARTERAS DE INVERSION QUE RESPALDAN LA RESERVA DE EVENTUALIDADES, LA RESERVA DE PENSIONES, EL FONDO DE CONTINGENCIA Y EL FONDO DE RESERVA DE PENSIONES ADICIONAL	67
VII.	METODOLOGIA PARA CONFORMAR INDICES DE RENTA FIJA PARA EL MERCADO NACIONAL	74
VIII.	AVERSIÓN AL RIESGO	91
IX.	RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO DE OPTIMIZACION	97
X.	INTRODUCCIÓN A LA MEDICIÓN DE LA LIQUIDEZ	122
XI.	¿QUE NOS DICE LA TEORIA SOBRE LA LIQUIDEZ?	125
XII.	EVIDENCIA DE LA LIQUIDEZ	127
XIII.	PRIMA POR LIQUIDEZ PARA EL CASO CHILENO	135

## CAPÍTULO I. INTRODUCCIÓN

El presente documento es el Informe Consolidado del Servicio Profesional que, en el marco de los objetivos de la Superintendencia de Seguridad Social (SUSESO), requirió desarrollar una consultoría consistente en “evaluar la efectividad de las carteras de inversión para dar cobertura a los fondos de reservas de la mutualidades de empleadores de la Ley N° 16.744 y determine un modelo de cálculo de premio por riesgo de liquidez en el mercado nacional”. Esta fue asignada a PKF Chile (PKF), quien la desarrolló entre los meses de agosto y noviembre 2013.

Según el requerimiento formulado, el objetivo general es:

Desarrollar un estudio sobre la efectividad de la actual composición y diversificación que poseen las carteras de inversión utilizadas para el respaldo de las reservas que tienen las Mutualidades de Empleadores como asimismo de un modelo que defina una metodología de cálculo de la prima por riesgo de liquidez en el mercado nacional.

Elaborar una propuesta que evalúe, opine y recomiende sobre las carteras de inversión que hoy en día son permitidas por la Ley, así como también sobre las posibles modificaciones que se puedan hacer en términos de reformular los criterios de inversión y cobertura con el fin de que puedan alcanzar mayor efectividad, con el ánimo de que las instituciones puedan mejorar u optimizar de mejor forma su relación riesgo-retorno según sea la naturaleza de las actividades en que éstas se desenvuelven así como también según sea la naturaleza propia que tienen los fondos de reserva constituidos (compromisos de corto o de largo plazo), permitiéndoles entonces equilibrar de mejor forma los riesgos de sus activos y pasivos (Asset Liability Management).

De igual manera, y respecto del modelo de cálculo del premio por riesgo de liquidez, la asesoría establecerá dicho modelo de cálculo tomando en cuenta la futura implementación de las normas IFRS 4 sobre contratos de Seguros.

Coherente con este objetivo general, los objetivos específicos de la consultoría consideran:

- a. Revisar y proponer criterios que ayuden en la conformación de una mejor cartera de activos financieros para el respaldo. Revisar y proponer ideas sobre los criterios que deben prevalecer al momento de definir los instrumentos que conforman una cartera de respaldo. Esto es, el consultor se pronunciará sobre los criterios de tipo estadísticos que deban prevalecer al momento de conformar la cartera (riesgo, retorno, correlaciones, tracking error, etc.) así como también desde el punto de vista conceptual y práctico (variables macroeconómicas, demográficas, actuariales u otros factores). Correspondientes a la Licitación 1607-4-LE13.
- b. Revisar la actual composición y diversificación de los activos financieros autorizados para formar parte en cada una de las carteras de respaldo. Revisar si la composición de cada una de las carteras se condice con la naturaleza propia del

Fondo. Para ello se revisará lo que actualmente se tiene definido en la Ley y cotejarlo con lo que podría tenerse mediante una cartera formada no tan sólo por instrumentos de renta fija sino que además incluya instrumentos tales como acciones, bienes raíces, monedas, opciones, etc. Para ello se tomará en cuenta los distintos factores que afectan la rentabilidad de un instrumento (inflación, tasas cortas, tasas largas, prima por riesgo) además de establecer métricas de los riesgos que estos instrumentos conllevan y que hoy no son exigidos por la actual regulación. Además, y en términos de la Duration y de los descalces que puedan existir entre las carteras de inversión y los pasivos de las Mutualidades, se definirá si los actuales instrumentos cumplen con los requisitos necesarios de liquidez y vencimiento (de acuerdo a la naturaleza de cada Fondo), debiéndose proyectar la rentabilidad de los instrumentos que conforman la cartera así como también se deberán proyectar los flujos futuros de las obligaciones reflejadas en los pasivos de cada una de las Mutualidades. Por último, se presentará una propuesta con los argumentos y con las proyecciones de rentabilidad de aquéllos instrumentos financieros que hoy no son considerados como activos de respaldo, con tal de que éstos puedan lograr una cartera que sea balanceada y eficiente en términos de riesgo-retorno.

- c. Proponer la optimización de una cartera de inversiones con nuevos vértices y nuevos límites. En caso de que la evidencia empírica así lo demuestre, el responsable de la consultoría deberá entregar una propuesta con un nuevo universo de instrumentos para las inversiones, considerando para ello nuevos vértices de riesgo, junto a nuevos límites por emisores y/o series, según sea el caso. Para ello, se deberá proponer una metodología de optimización que muestre la conveniencia de aplicar nuevos vértices y/o límites al interior de la cartera.
- d. Proponer un modelo para obtener un premio por riesgo de liquidez en el mercado nacional. De manera complementaria al estudio de optimización de cartera, y en virtud de la futura implementación de IFRS 4 (fase 2) en la industria de aseguradores a nivel mundial, se requiere que la empresa consultora presente y proponga un modelo financiero para determinar un premio por riesgo de liquidez, el que se le deberá sumar a la tasa libre de riesgo, con el ánimo de poder definir la tasa de descuento relevante para la reserva de pensiones que deben constituir como pasivo las Mutualidades de Empleadores. En términos del trabajo de optimización de carteras, si la empresa consultora así lo estima conveniente, ésta deberá presentar en su trabajo los argumentos suficientes para seguir haciendo uso de la actual normativa.

## Actividades realizadas y personas de SUSESO de contraparte

Las siguientes son las actividades realizadas para el desarrollo de la consultoría:

- Revisión de los elementos normativos asociados a IFRS 4, fase 2.
- Reuniones de trabajo con personeros de SUSESO responsables de la contraparte técnica de la consultoría.
- Revisión de la definición de liquidez y de la evidencia empírica nacional e internacional.
- Formulación de propuesta para medición de liquidez en Chile.

Para desarrollar estas actividades se sostuvo reuniones con las personas que se indican a continuación:

AREA	NOMBRE	CARGO
<b>Departamento Actuarial</b>	Arturo Phillips P.	Director
	Emilio Torres S.	Jefe Sub-departamento actuarial
	Rodrigo Sáez L.	Analista
	Cesar Santana M.	Analista
	Fernando Fuentes A.	Analista

## Equipo de PKF Chile participe en el desarrollo de la consultoría

Los consultores de PKF Chile que participaron en el desarrollo de la consultoría, son:

NOMBRE	FUNCIÓN EN EL PROYECTO
Rafael Romero M., DBA	Jefe de Proyecto
Héctor Osorio G.	Consultor Principal
Sigifredo Laengle S., Ph.D.	Consultor Optimización Portfolios
Ricardo Ubeda, Ph.D.	Consultor Riesgo Financiero
Claudio Bonilla M., Ph.D.	Asegurador de Calidad
René Mellado	Analista de Portfolios

## **CAPÍTULO II. ALCANCE DEL ANÁLISIS**

### **Definiciones generales y limitaciones de la consultoría**

- Este reporte es de uso exclusivo de SUSESO, los resultados reportados constituyen un todo orgánico, relacionado exclusivamente con el objetivo y contexto de análisis. En consecuencia, estos resultados no deben ser considerados o aplicados para propósitos distintos de los definidos.
- No estaba dentro del alcance del servicio profesional, la realización de una auditoría u otro tipo de validación respecto de la razonabilidad de la información disponible sobre las mutuales, por la que ésta se asumió como correcta y material, además, no se ha obviado nada que pareciera de importancia.
- Sin perjuicio de lo anterior, el enfoque profesional aplicado es conservador especialmente ante situaciones en que este enfoque pareció recomendable, a partir de la experiencia del equipo Consultor que desarrolló el análisis.
- Algunas de las consideraciones efectuadas se basan en percepciones de los encargados, o responsables, de la ejecución de las funciones, y en las rutinas de trabajo implementadas con relación a ellas. Esta situación determina que pudieran no materializarse de acuerdo con lo definido formalmente.
- Ningún modelo predictivo para estimación de niveles de riesgo o retorno implicará certeza sobre los montos prospectados o determinados, ni puede anticipar los cambios en el contexto de operación o contingencias, que se enfrenten en una época posterior a la fecha de su formulación.
- Para todos los efectos, los Programas y Modelos desarrollados en el contexto de la consultoría que origina este informe, son parte integral de la misma.
- Los profesionales que participaron del desarrollo del servicio profesional, al igual que la firma que representan, no tienen hoy, y no esperan tener en el futuro previsible, intereses en las carteras objeto de análisis, ni ningún impedimento para llevar a cabo en forma independiente la labor encomendada.

## **CAPÍTULO III. REVISIÓN Y OPINIÓN SOBRE LAS ACTUALES CARTERAS DE INVERSIÓN**

De acuerdo a lo señalado en las bases técnicas, la Superintendencia de Seguridad Social ha requerido un primer informe en el cual se desarrollen tres puntos claramente definidos. Éstos corresponden a un diagnóstico y propuesta de criterios para conformar una cartera de inversión de respaldo de reservas, además de la revisión y opinión sobre las actuales carteras de inversión que se tienen para el respaldo de reservas (diagnóstico general de las rentabilidades y de las métricas utilizadas para su cuantificación). Por último, un tercer elemento de este informe corresponde a la entrega de un marco conceptual introductorio sobre el modelo a utilizar para el cálculo del premio por riesgo de liquidez en el mercado nacional.

### **1. NECESIDADES DE REGULACIÓN Y DIAGNÓSTICO DE CARTERAS**

#### **1.1. ¿Por qué es necesaria la regulación?**

Para comenzar respondiendo a cada uno de los tres requerimientos requeridos en el informe N° 1 de las bases técnicas, debemos comenzar señalando por qué es necesario regular. Esto es, ¿cuáles son los motivos por los que el regulador, en este caso la SUSESO, debería regular y normar sobre la conformación de carteras de inversiones hacia las Mutualidades de empleadores de la Ley N°16.744, sobre accidentes laborales y enfermedades profesionales?

De acuerdo a las reuniones sostenidas en la Superintendencia así como también de acuerdo a lo señalado en la ley que impera en la administración del Seguro administrado por las Mutualidades, se establece que las empresas adherentes son solidariamente responsables con sus obligaciones hacia sus asegurados, debiendo perdurar dicha responsabilidad sólo por el tiempo de un año. A partir de ese plazo, es el Estado de Chile quien debería cumplir con dichas obligaciones. Este último argumento hace relevante la posición que debe tener la Superintendencia de Seguridad Social frente a sus regulados puesto que se debe cumplir fehacientemente con las obligaciones adquiridas con los pensionados en cuanto a los pagos de pensiones, indemnizaciones, subsidios y gasto médico. Desde el punto de vista del pago de pensiones (pagos ciertos que son temporales o de por vida) es esencial que se tenga una regulación que norme sobre dichos compromisos que han adquirido las Mutualidades, especialmente en lo que se refiere a los respaldos y coberturas, debiéndose optar, por lo general, por instrumentos de fácil liquidación y de bajo riesgo, tal como ocurre con cualquier administrador de un contrato de Seguros. Respecto de los enfoques de supervisión que puede adoptar un regulador, básicamente existen dos corrientes: una primera que es la supervisión del cumplimiento y una segunda, y más moderna, que es aquella conocida con el nombre de supervisión basada en riesgo. Por cierto, ambas se complementan, ya que no existe una disociación perfecta entre ellas. Desde el punto de vista de la supervisión basada en riesgos, ésta se suele asociar al término de lo prudencial, queriendo con ello definirse las mayores áreas de riesgo y por ende cómo focalizar de mejor forma la preocupación hacia ellas, en términos de tiempo y de recursos.

No obstante, creemos que el principal inconveniente que podría presentarse con la supervisión basada en riesgos hacia las Mutualidades de Empleadores es que en términos de la gestión propia de los riesgos, estas instituciones debieran constituir un cierto nivel de capital, lo cual no es fácil de lograr debido a las características propias que tiene el patrimonio de una Mutualidad. Esto es, a diferencia de lo que acontece con el patrimonio privado de una Compañía de Seguros, el patrimonio de la Mutualidad es un “patrimonio social”, lo cual podría imposibilitar el hecho de tener que aumentar sus requerimientos para enfrentar mayores exposiciones a las pérdidas inesperadas provenientes de los riesgos de liquidez, de mercado, de crédito, operacional o técnico-actuarial.

Ahora bien, y de acuerdo a los principios que rigen para la banca financiera o para las entidades aseguradoras (Basilea o Solvencia), los supervisores como SUSESO tienen que tomar medidas (directamente o a través de las entidades reguladas) para garantizar que los regulados tengan procesos adecuados para la administración de sus riesgos, pudiendo con ello administrar de manera correcta las concentraciones de riesgo a lo largo de sus inversiones.

Según la experiencia que se tuvo con la crisis subprime en el año 2008, una de las principales lecciones que se aprendió es que normativas como Solvencia debe ser adoptada por las entidades aseguradoras, por lo tanto, el no querer normar o regular a las Mutualidades de Empleadores sería un paso que iría en una dirección diferente. Es en las situaciones de crisis en donde el Supervisor necesita aún más la información de una manera armonizada y orientada al riesgo. Armonizada, en el sentido de que con ello se aumenta la transparencia y, por tanto, la protección a los trabajadores asegurados. Por otra parte, información orientada al riesgo, en el sentido de que ésta permite realizar inferencias muy significativas respecto de los recursos financieros disponibles para las Mutualidades de Empleadores, especialmente en lo que se relaciona con aquéllos que realmente son necesarios para proteger a los trabajadores asegurados. Esto es, no se trata de cubrirse contra todos los posibles riesgos ni tampoco hacerlo en demasía porque se estaría frente a una situación de ineficiencia en la asignación de recursos.

En síntesis, no existen regímenes perfectos de Solvencia ya que siempre se podrán generar distorsiones las cuales son susceptibles de ser afinadas, en especial cuando se trata de tiempos de crisis. La experiencia ha enseñado a la industria bancaria y aseguradora que en situaciones de crisis, solamente los elementos de capital de alta calidad juegan un papel de primera línea de defensa, evitando con ello quiebras y pánicos financieros.

De acuerdo a lo antes señalado, se debe hacer hincapié en que un proceso de administración sana de riesgos empieza con las políticas y procedimientos aprobados por el Directorio u otro ente adecuado así como por la supervisión activa del propio Directorio y la alta gerencia. El proceso debería incluir responsabilidades claramente asignadas para la medición y el monitoreo de los riesgos, junto con la concentración de éstos.

Como acontece en el sector asegurador o en el sector bancario y financiero, el buen gobierno, la gerencia de riesgos y el control interno deberían, sin dudas, deberían ser reforzados al interior de las Mutualidades. Además de la política de un gobierno corporativo adecuado, un rol fundamental dentro de esto lo cumplen, por cierto, las empresas auditoras externas así como también los profesionales actuarios. En cuanto a esto último, para un

regulador es relevante contar con el apoyo de las empresas auditoras externas, principalmente desde el punto de vista de la eficiencia en la asignación de recursos de fiscalización, mientras que por otra parte, los profesionales actuarios son importantes para una Mutualidad debido a la exposición a que ésta se ve enfrentada en cuanto al riesgo técnico-actuarial.

Estos elementos son claves para la filosofía de Solvencia II, la que se basa en un sistema sensible al riesgo, más que a medidas y cuantificaciones. Esto es, una efectiva gestión de riesgos requiere enfatizar la propia valoración interna de los riesgos. Por ello, y de cara a la aplicación de modelos internos, la clave del éxito recaerá sobre todo en las prácticas de un buen gobierno y del involucramiento y conocimiento por parte del Consejo y la Dirección, más que sobre las herramientas y los cálculos concretos.

## **1.2. Diagnóstico a las Carteras de Inversión de las Mutualidades de Empleadores**

### **1.2.1 ¿Cuáles son los riesgos que pueden afectar las carteras de inversión?**

Para comenzar el diagnóstico de las actuales carteras de inversión de las Mutualidades, parece razonable comenzar analizando cuáles son los riesgos a los cuales están expuestas las carteras de inversión junto con la contraparte respaldada que pertenece al pasivo. Creemos que desde el punto de vista del alcance de este informe, los principales riesgos que son dignos de analizar corresponden a aquellos riesgos financieros tales como el riesgo de liquidez, el riesgo de mercado y el riesgo de crédito. Asimismo, se debe tomar en cuenta la contraparte del pasivo respaldado por las carteras, la que claramente se ve afectada por el riesgo técnico o actuarial.

Según lo anterior, comenzaremos con la definición de cada uno de estos riesgos y su relevancia dentro del proceso de administración de carteras que hacen las Mutualidades con sus carteras de inversión.

#### ***a) Riesgo de Liquidez***

Una definición apropiada del riesgo de liquidez corresponde a aquella contingencia o evento en que una Mutualidad pueda incurrir en pérdidas excesivas por la enajenación de activos a descuentos inusuales y significativos, con el objetivo de disponer rápidamente de los recursos necesarios para cumplir con sus obligaciones contractuales. Por lo anterior, la gestión del riesgo de liquidez contempla el análisis integral de la estructura de sus activos y pasivos con el ánimo de estimar y controlar eventuales cambios que puedan ocasionar pérdidas en los estados financieros.

Desde el punto de vista de las carteras de inversión, este riesgo de liquidez tiene un vínculo en cuanto a que la disminución del valor de los activos que la componen disminuyan de valor en el mercado debido a un mayor descuento del esperado, y por lo tanto, los flujos recaudados no sean capaces de compensar los flujos comprometidos con los flujos de los pasivos que se respaldan (obligaciones contractuales de las Mutualidades). En términos simples, para realizar un adecuado control del riesgo de liquidez se deberían establecer tres ejes de acción. El primero corresponde a la liquidez de los instrumentos, en el cual se analiza la liquidez del activo subyacente en operaciones que se realicen en el mercado de

valores. Para ello, el indicador de liquidez de los instrumentos está dado por el volumen de negociación de cada uno de los instrumentos analizados, así como también la participación de estos instrumentos dentro del total negociado. El segundo eje corresponde a aquél en donde se analiza la liquidez del mercado dentro del que se negocia cada uno de los instrumentos y, por último, un tercer eje que corresponde a aquél en donde se coordinan los flujos de caja según la porción variable y estable de los instrumentos, con tal de poder determinar las estrategias de inversión según sean los requerimientos de liquidez exigidos por los pasivos.

Si bien las Mutualidades financian gran parte de los flujos de sus pasivos gracias a la recaudación obtenida por las cotizaciones, y no así a partir de los flujos recibidos directamente desde las inversiones financieras de respaldo, creemos que el riesgo de liquidez que pudiera afectar a las carteras de inversión es mínimo y por lo tanto no debería ser un foco de atención para la operación de estas instituciones en cuanto a la administración de sus carteras de inversión. Esto es, un menor precio obtenido en la venta de un instrumento que derive en una menor recaudación de dinero a la esperada no debería ser materia de preocupación o de suma importancia en el día a día para una Mutualidad.

Por el contrario, el riesgo de liquidez sí debería ser materia de discusión en cuanto a la posibilidad de que una merma de ingresos u otra fuente de financiamiento puedan perjudicar el compromiso de pagos que tiene una Mutualidad en el corto plazo con sus asegurados (por ejemplo, una pérdida de participación de mercado que se traduzca en la menor obtención de ingresos por concepto de cotizaciones). Por lo tanto, a nivel general de la administración de la Mutualidad sí debería existir una política de gestión del riesgo de liquidez, tal como existe con la adopción de bandas de liquidez as en la industria bancaria.

De acuerdo con lo leído y conversado con la contraparte técnica de la SUSESO, en la actualidad no existe una normativa que regule la liquidez de las Mutualidades, a diferencia de lo que sí sucede con las Cajas de Compensación.

### ***b) Riesgo de Mercado***

El riesgo de mercado corresponde al riesgo de que un activo financiero disminuya de valor debido a los cambios suscitados en las condiciones del mercado, tales como variaciones en las tasas de interés y el cambio o fluctuaciones en los precios de los instrumentos financieros. Este riesgo también se asimila con el riesgo de cambios en los precios (tipos de cambio, para el caso de operaciones de importación o de exportación). Asimismo, el riesgo de mercado incluye dentro de su ámbito al riesgo de concentración o riesgo de diversificación de las carteras. Claramente, este tipo de riesgo (el de concentración) sí afecta a las Mutualidades y por lo tanto pueden afectar los valores de cobertura que se pueden exigir a estas instituciones dentro de su rol de asegurador (no se deben meter todos los huevos dentro de la misma canasta). Al respecto, la SUSESO sí cuenta con una normativa que regula y evita tener problemas de concentración y de diversificación. Es por ello que a continuación se presenta un punto aparte relacionado con el riesgo de concentración.

### ***c) Riesgo de Concentración y diversificación de las carteras***

El riesgo de concentración de activos al cual se ve expuesta una Mutualidad corresponde a una exposición que podría causar pérdidas que pudieran amenazar la solvencia o capacidad de mantener sus operaciones centrales. Las concentraciones de riesgo pueden surgir a través de una combinación de exposiciones en exceso sobre cierto tipo de activo. El potencial de pérdidas refleja el tamaño de la condición y el alcance de la pérdida en caso de cierta circunstancia adversa. Las concentraciones de riesgo pueden adoptar diferentes formas, incluyendo exposiciones a contrapartes individuales, grupos de contraparte individuales o entidades relacionadas, sectores específicos o productos específicos, entre otros.

Una de las primeras cosas que se debe tener en cuenta es que el riesgo de concentración afecta tanto a la parte del Activo como a la del Pasivo de las entidades administradoras de un seguro (tal como lo es una Mutualidad de Empleadores). La reciente crisis económica del año 2008 puso de manifiesto que los beneficios de la diversificación tienden a disminuir o no ser posibles en momentos de stress. La evidencia mostró que la crisis se manifestó de peor forma en la partida de los activos, en particular en lo que respecta al exceso de exposición a determinados tipos de activos o sectores (por ejemplo, los bienes inmuebles).

Asimismo, si se considera que el patrimonio que tienen las Mutualidades no es un patrimonio privado, sino uno que ha sido formado a partir de las cotizaciones previsionales de todos los trabajadores, entonces estas instituciones debería enfrentar un riesgo moderado, el que podría limitarse a obtener las rentabilidades que le permitan pagar sus compromisos futuros con sus pensionados. Además, en función de ser entidades que no persiguen el fin de lucro, estas instituciones tampoco deberían tener como objetivo el querer hacer trading con las inversiones que presentan en sus activos, ya que éstas sólo deben ser consideradas para efectos de cobertura y de pago de compromisos.

En términos de la regulación que existe por parte de SUSESO sobre las carteras de inversión, existe una normativa clara sobre el establecimiento de vértices de riesgos y límites de inversión a través de las Circulares N°s 1.681 y 1.575 (así como también a partir de la propia Ley N°19.578). Revisada la normativa ya señalada, queda claro que la exposición al riesgo ha sido limitada, ya que se consideran para efectos de inversión sólo aquellos instrumentos pertenecientes a la renta fija. Además, dichos instrumentos deben cumplir con características de rating crediticio iguales a la categoría A (AAA, AA y A). Desde un punto de vista meramente prudencial, dicha normativa parece razonable de exigir pensando en que las Mutualidades de Empleadores deben cumplir con el pago de compromisos ciertos, ya sean pensiones de tipo temporal como vitalicia.

En relación a los principios que deben tener los reguladores para enfrentar el riesgo de concentración de las inversiones, se puede decir que los supervisores tienen que monitorear las concentraciones de riesgo relevantes e importantes de manera oportuna, a través de informes regulares o a través de otras maneras para ayudar a tener una idea clara sobre las concentraciones de riesgo del conglomerado financiero. Es por ello que SUSESO ha establecido límites prudenciales que acotan las posiciones de una Mutualidad frente a un mismo activo o frente a un grupo de activos. Respecto de esto, las Mutualidades de Empleadores le informan mensualmente sobre los movimientos y stocks de activos financieros sujetos a la normativa de límites impuesta por la Superintendencia. Con ello la

SUSESO puede ir verificando mes a mes la predisposición por el riesgo, el perfil de riesgo y la solidez del capital de la entidad (podría sugerirse a las Mutualidades de Empleadores alguna medida de provisión de pérdidas, tal como se hace con las Compañías Aseguradoras a partir del cálculo del VaR).

En general, debe tenerse claro por parte del fiscalizador como por parte de la Mutualidad que esta última se encontrará con un riesgo incrementado de pérdida si sus activos no están lo suficientemente diversificados. Por lo tanto, debe existir la creencia que la administración prudente de la concentración es fundamental para la administración de riesgos y por ello es que se requiere que la política de diversificación de las inversiones sea conocida en plenitud por el Directorio de la Mutualidad.

Asimismo, y en base a la experiencia, las instituciones aseguradoras, financieras y reguladores a lo largo del mundo han ido ampliando el concepto de la concentración de riesgos en el tiempo. Cada día se dedica más atención a la interacción de riesgos, reconociendo que hay circunstancias bajo las cuales una sola transacción grande o un conjunto de transacciones pueden causar pérdidas inusualmente grandes ya que los riesgos de mercado, de crédito y de país interactúan entre sí.

Como último punto a destacar, se debe reconocer que la normativa de la SUSESO, además de exigir una diversificación en las inversiones de activos financieros, también, y por un asunto de buenas prácticas, exige que éstos estén respaldados en términos de custodia. A modo de ejemplo, las Mutualidades reportan mensualmente las custodias que se tienen tanto en el Depósito Central de Valores (DCV) como aquellas custodias externas presentes en los bancos.

#### ***d) Riesgo de tasa y riesgo de reinversión***

El riesgo de tasa de interés corresponde al cambio ocasionado en el valor de las inversiones de ingreso fijo, en donde éste se incrementa o cae producto de los movimientos en la tasa de interés. Cuando las tasas de interés suben, los valores de las inversiones de ingreso fijo (como es el caso de los bonos) caen. De manera contraria, cuando las tasas de interés caen, el valor de los bonos sube.

La cantidad por la cual los valores se incrementan o caen está en función del vencimiento del bono. Mientras más largo sea el vencimiento del bono, su valor cambiará en mayor medida cuando cambien las tasas de interés. Es por ello que el concepto de Duración es muy importante en la medición de este riesgo.

En cuanto al riesgo de reinversión, este riesgo constituye una segunda dimensión del riesgo de tasa de interés. Al respecto, este riesgo se relaciona con el hecho de no poder invertir los cupones de renta del bono a una tasa de interés igual a la TIR. Un alza (o disminución) en el precio, tiene un efecto positivo (negativo) para la reinversión de los flujos.

En la actual legislación y normativa que impera en las Mutualidades de Empleadores no se encuentran establecidas las exigencias de calce o de determinación de Duration, tal como sucede con las compañías aseguradoras bajo el alero de la Superintendencia de Valores y Seguros. Esta carencia se condice además con la exigencia de tener sólo una cobertura igual al 40% de la reserva de pensiones establecida en la Ley N°19.578.

Analizando los instrumentos de renta fija que respaldan la Reserva de Capitales Representativos, el Fondo de Contingencia y la Reserva de Eventualidades, la duración de estos instrumentos promedia una Duración cercana al valor de 4 años. El desglose de dichas Duraciones se presenta en la siguiente tabla:

**Tabla 1**  
**Duración de las Carteras de Inversión de las Mutualidades al 31/12/2012**

<b>Tipo de Fondo</b>	<b>Asociación Chilena de Seguridad</b>	<b>Mutual de Seguridad de la C.Ch.C</b>	<b>Instituto de Seguridad del Trabajo</b>	<b>INDUSTRIA</b>
<b>Fondo de Reserva de Pensiones</b>	4,47	4,30	3,97	<b>4,35</b>
<b>Fondo Adicional de Pensiones</b>	3,55	3,73	N/A	<b>3,61</b>
<b>Fondo de Contingencia</b>	4,70	3,98	4,04	<b>4,32</b>
<b>Fondo de Eventualidades</b>	4,19	3,66	4,61	<b>4,02</b>
<b>Fondo de Libre Disposición</b>	2,73	4,17	N/A	<b>3,70</b>
<b>Carteras en General</b>	<b>4,15</b>	<b>4,18</b>	<b>4,04</b>	<b>4,16</b>

De acuerdo a la información entregada por la contraparte técnica de la SUSESO, la Duración del colectivo de pensionados de las tres Mutualidades, al 31 de diciembre de 2012, tiene un valor aproximado de 10. Este valor se obtuvo utilizando una tasa de descuento de la reserva igual al 4%. Por lo tanto debemos señalar que este descalce hace que los riesgos de activos y pasivos de estas instituciones no estén equilibrados ante un cambio en la tasa de interés. Mientras no exista un enfoque de supervisión basada en riesgos, en donde se le obligue a una Mutualidad a constituir capitales por pérdidas asociadas al riesgo de tasa, nos parece razonable que la SUSESO norme en términos de exigir calces por tramos de tal forma que exista una cobertura de activos en relación a los montos y plazos involucrados con sus compromisos de pago, con tal de que se puedan equilibrar los riesgos de éstos y poder obtener con ello la inmunización requerida desde el punto de vista de la administración de activos y pasivos (enfoque ALM).

Respecto de la distribución que se tiene de los activos de respaldo de pensiones (activos representativos), la siguiente tabla muestra la Duración que se tiene por tramo, así como también los montos involucrados y el porcentaje de participación relativa respecto del total de las inversiones. Dicha tabla se presenta en función del valor total de las carteras y no desglosado según Mutualidad.

**Tabla 2**  
**Duración de la Cartera del Fondo de Respaldo de Pensiones de las Mutualidades al 31/12/2012, según tramos de años**

<b>Tramos de Duración (en años)</b>	<b>N° de Activos por Tramo</b>	<b>% de Activos según Tramo</b>	<b>Montos de \$ por Tramo</b>	<b>% de Montos según Tramo</b>
Entre 0 y 1	260	19,4%	17.308.113.508	13,3%
Entre 1 y 2	303	22,6%	16.886.902.174	13,0%
Entre 2 y 3	204	15,2%	16.205.606.904	12,5%
Entre 3 y 4	129	9,6%	15.542.290.985	12,0%
Entre 4 y 5	207	15,4%	18.273.565.744	14,1%
Entre 5 y 6	74	5,5%	11.199.915.335	8,6%
Entre 6 y 7	55	4,1%	10.601.956.652	8,2%
Entre 7 y 8	35	2,6%	7.173.964.447	5,5%
Entre 8 y 9	16	1,2%	3.452.201.546	2,7%
Entre 9 y 10	16	1,2%	1.390.582.763	1,1%
Entre 10 y 11	13	1,0%	6.145.672.251	4,7%
Entre 11 y 12	16	1,2%	2.628.094.298	2,0%
Entre 12 y 13	6	0,4%	1.351.145.643	1,0%
Entre 13 y 14	5	0,4%	1.077.706.919	0,8%
Entre 14 y 15	1	0,1%	249.413.716	0,2%
Entre 15 y 16	1	0,1%	263.843.075	0,2%
Entre 16 y 17	0	0,0%	0	0,0%
Entre 17 y 18	1	0,1%	113.463.548	0,1%

En la tabla anterior se puede apreciar que el 65% de los montos invertidos en el Fondo de Respaldo de los Capitales Representativos se concentra en las Duraciones menores a 5 años, por lo tanto, las Mutualidades deberían tener activos financieros de mayor duración que estén en líneas con sus compromisos de pagos de pensiones.

En cuanto a esto último, en reuniones sostenidas con el personal de SUSESO se ha conversado sobre la política de diversificación que actualmente se presentó al Congreso, deseándose por una parte que la cobertura de la reserva de pensiones alcance el 100% pero en un mundo en donde la diversificación de las inversiones sólo se haga en el terreno de la renta fija. Esto puede parecer bastante cuestionable ya que podrían perfectamente

permitirse inversiones en instrumentos de mayor riesgo, sin con ello querer pretender dañar la posición patrimonial de las Mutualidades.

Un ejemplo concreto sería el de asimilar la cartera de inversiones de las Mutualidades con aquella que manejan las compañías de seguros de rentas vitalicias, por la similitud en los pagos de sus pensiones.

### **e) Riesgo de Crédito**

Desde el punto de vista de las carteras de inversión de las Mutualidades, el riesgo de crédito se refiere a la incertidumbre de pago de los cupones (amortización del activo financiero). En general, y a diferencia de lo que sucede con los títulos emitidos por el Tesoro de Estados Unidos, el resto de los títulos (públicos o privados) cargan en diferente medida con este riesgo. Por ejemplo si un determinado bono promete un rendimiento del 10%, pero existe una cierta probabilidad de incumplimiento, entonces el instrumento podría tener un rendimiento esperado (o exigido) de 12%. En el caso de la SUSESO, ésta exige a las Mutualidades que se invierta en instrumentos con clasificaciones de tipo A (AAA, AA o A), exigiéndose, que en el caso de que exista una clasificación menor para un instrumento dado, dicho instrumento se encuentre debidamente provisionado.

En cuanto a la distribución que se tiene de los activos que respaldan el pago de pensiones, según sus clasificaciones de riesgo, se presenta en la siguiente tabla:

**Tabla 3**  
**Distribución de la Cartera del Fondo de Respaldo de Pensiones de las Mutualidades al 31/12/2012, según clasificación de riesgos**

<b>Clasificación de Riesgo</b>	<b>N° de Activos por Tramo</b>	<b>Montos en \$</b>	<b>% según Clasificación</b>
AAA	494	30.665.463.340	23,6%
AA+	77	7.708.184.615	5,9%
AA-	342	25.674.187.798	19,8%
AA	86	9.746.224.159	7,5%
A+	58	6.152.406.335	4,7%
A-	1	8.206.872	0,0%
A	34	1.715.665.514	1,3%
C	1	456.627.227	0,4%
Nivel 1 +	56	5.114.780.579	3,9%
Nivel 1	2	2.132.252.613	1,6%
S/C	191	40.490.440.456	31,2%

De acuerdo a la tabla anterior, en el Fondo de Respaldo de Pensiones existe más de un 50% entre los instrumentos clasificados como libres de riesgo y los bonos de empresa clasificados como AAA (los emitidos por el Banco Central o la Tesorería General de la República no tienen clasificaciones – S/C –). Esto habla de lo bueno que es la regulación que se tiene hacia las Mutualidades en cuanto a invertir sólo instrumentos de clasificación A (descartando, obviamente para esto, el caso de los depósitos). Si bien aparece un instrumento con clasificación C, éste corresponde a un bono de la empresa La Polar que tenía la ACHS, el cual estaba debidamente provisionado, según conversaciones con la SUSESO.

#### **f) Riesgo de descalce: Coberturas de las carteras de inversión**

Revisada la Ley N°19.578, llama fuertemente la atención que si bien a las Mutualidades de Empleadores se les exige invertir en los instrumentos de renta fija establecidos en el DL N°3.500 de las AFP's, la Ley no les exija tener cubierta su reserva de pensiones en un 100%, pues ésta les indica que la obligación de cobertura sólo subsistirá hasta que se cumpla el 40% de la reserva. Por otra parte, en la propia Ley N°16.744 se establece que debe existir una reserva de eventualidades, la cual, de acuerdo a las reuniones sostenidas en SUSESO, siempre ha sido determinada a partir del 2% de los ingresos anuales (el artículo 19 de la Ley N°16.744 indica que dicha reserva no deberá ser inferior al 2% ni superior al 5% del total de ingresos anuales).

Según los estados financieros publicados en diciembre de 2012, la reserva de eventualidades de las tres Mutualidades no cubre una gran proporción de los gastos ya que de las prestaciones económicas y/o médicas que aparecen en el Estado de Resultado, sólo algunos meses de dichos gastos podrían ser solventados, por lo tanto debería discutirse la posibilidad de tener un algoritmo de cálculo más coherente o realista según el nivel de gasto que se pretenda cubrir en caso de alguna eventualidad.

A modo de ejemplo, las prestaciones económicas del año 2012 (pensiones, subsidios e indemnizaciones), en conjunto, para las tres Mutualidades, alcanzaron un total de M\$104.870, mientras que la reserva de eventualidades alcanzó un valor de tan sólo M\$9.928. Con este último valor, la reserva de eventualidades sólo alcanza para cubrir 1,14 meses. Si a ello se le suma el valor de las prestaciones médicas, las que en el año 2012 alcanzaron en su conjunto un valor igual a M\$212.934, entonces la reserva de eventualidades sólo alcanzaría a cubrir el gasto que representa menos de la mitad de un mes (0,4 meses).

Ahora bien, desde el punto de vista de la cobertura de la reserva de pensiones (capitales representativos), la reserva total (corto y largo plazo) alcanzó en el año 2012 un valor igual a M\$284.780, mientras que los activos representativos definidos en la Ley N°19.578 alcanzaron en el mismo año un valor igual a M\$129.429. Con estos antecedentes, la cobertura de la reserva de pensiones llegó a tan sólo al 49%. Nótese que en la cobertura del 49% se han añadido los activos financieros presentes en el fondo de reserva adicional de pensiones, recursos que han sido obtenidos sólo por la Asociación Chilena de Seguridad

y en la Mutual de Seguridad de la C.Ch.C., producto de la venta de las Clínicas Regionales (información obtenida en reuniones con la SUSESO).

Respecto de la gestión de riesgos a que se ven enfrentadas las Mutualidades de Empleadores producto de la tenencia de los activos financieros que respaldan reservas, dichas instituciones deberían contar en sus gobiernos corporativos con políticas de inversiones así como también con los sistemas de administración de riesgos ad hoc al volumen de transacciones y/o stock presente, con tal de mitigar de la mejor forma posible los riesgos de mercado, tanto de tasa de interés como de concentración de activos. Con ello se pretende cautelar de la mejor forma posible el patrimonio de las Mutualidades, garantizando el pago cierto de sus compromisos establecidos con sus pensionados.

### ***g) Riesgo actuarial***

Si bien es cierto que existe el riesgo de cambio de edad en la composición de los cotizantes y posibles pensionados (riesgo propio de la cartera), estos cambios ocurren de manera lenta por lo que no se considerará relevante en este análisis, recomendando para ello a la SUSESO que debe estar vigilantes ante posibles cambios etarios que influyan en el rebalanceo de las carteras de inversión. Dicho rebalanceo se relaciona con los plazos de los instrumentos de cobertura ya que a menor edad de los pensionados, mayor será el número de años a cubrir con flujos de pago.

### **1.2.2 Brechas detectadas en la normativa de administración de riesgos**

Una vez que se analizaron los riesgos que afectan principalmente las carteras de inversión, podemos ver que la SUSESO sólo tiene normado respecto de 2 tipos de riesgos. Uno corresponde al riesgo de mercado, pero sólo en lo que se refiere al riesgo de concentración de las inversiones (definición de vértices de riesgos), y por otra parte, existe una normativa que regula sobre el riesgo de crédito de los emisores de instrumentos financieros (exigencia de invertir en bonos con clasificación de un nivel A). Por lo tanto, en función de lo señalado en los párrafos anteriores, está pendiente la normativa que regule sobre el riesgo de tasa de interés (incluido el riesgo de reinversión), debiéndose exigir para ello los calces necesarios entre los flujos de los activos de respaldo y las respectivas reservas del pasivo, dado que existe una notoria diferencia entre la duración de los activos de respaldo versus la duración de los pasivos de la reserva de pensiones. En cuanto a esto último, existe una estrecha relación entre el riesgo del descalce y la no cobertura que se tiene entre los activos representativos y la reserva de pensiones, ya que según la Ley N° 19.578, la obligación de cubrir la reserva sólo subsistirá hasta que se cumpla el 40%.

Por último, en relación al riesgo de liquidez o al riesgo operacional, estimamos que estos riesgos no afectan de manera significativa a lo que es la administración de las carteras de inversión.

### **1.3. Métricas de Cálculo de las Rentabilidades y Volatilidades para un Proceso de Optimización de Carteras de Inversión**

Para realizar el estudio de optimización de carteras, se debe tener en claro cuáles son las métricas que se utilizarán para las mediciones de retornos y de volatilidades. Al respecto,

la literatura financiera es amplia, en especial en lo que se refiere al cálculo de la volatilidad. En cuanto a los retornos, es esencial definir la manera en que se van a agrupar los precios ya que como se explica más adelante, en la medida que se tengan más precios de instrumentos involucrados en la optimización, la matriz de varianzas y covarianzas va creciendo en demasía, haciendo obviamente mucho más engorroso y lento el trabajo. En la medida que se comience con el proceso de optimización, de definirá la mejor metodología en cuanto al uso de retornos y volatilidades, ya que a modo de ejemplo, en la cinta de precios que publica diariamente la Superintendencia de Pensiones, el número total de precios diarios supera los 50.000.

En cuanto al proceso mismo de modelización de los precios (valorización de activos) y de la medición de los riesgos, no existe una opinión unánime respecto de la representación estadística del comportamiento de éstos.

En relación al comportamiento que tienen los precios, éste varía de una manera altamente irregular. Como señala la literatura, y tal como señala en su tesis doctoral de 1900 Luis Bachelier, la teoría de probabilidades es un tipo de aproximación para analizar el comportamiento irregular de los precios, en donde existe una incertidumbre respecto de su evolución futura, pero que al mismo tiempo presenta una cierta estabilidad en las frecuencias muestrales obtenidas desde los datos directos o desde alguna transformación que se le haya hecho a éstos. El típico caso de esto es el cálculo de la rentabilidad.

### 1.3.1 Cálculo de la Rentabilidad

Para el caso de la medición de la rentabilidad, existen dos formas clásicas de calcularla. La primera es la variación porcentual simple (con o sin pago de dividendos), definida como  $RP_t$  y la segunda se relaciona con la rentabilidad logarítmica.

En relación a la variación porcentual simple, la fórmula de cálculo de la rentabilidad (incluido o no el pago de dividendos) es la siguiente:

$$RP_t = \frac{P_t - P_{t-1} + D_t}{P_{t-1}} = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} + \frac{D_t}{P_{t-1}}$$

El primer término muestra las ganancias de capital mientras que el segundo muestra las ganancias por Dividendo.

Por otra parte, desde el punto de vista de la rentabilidad logarítmica, definida como  $R_t$ , ésta se define simplemente como:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

Para valores pequeños de rentabilidad, la rentabilidad logarítmica es una buena aproximación de la rentabilidad (rentabilidad en modo continuo), la que presenta algunas propiedades que facilitan su cálculo:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \approx \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = RP_t$$

Las diferencias entre estas dos métricas quedarán más evidenciadas cuando se tengan valores extremos en las variaciones de los precios, esto es, para el caso de una caída del 10% de los precios (variación porcentual simple), la caída en términos de rentabilidad logarítmica equivale al 10,54%.

En general, y para efectos de estimaciones y sensibilizaciones, se acostumbra a utilizar las rentabilidades de precios medidas desde el punto de vista de la variación logarítmica ya que es bien sabido que los precios, por lo general no distribuyen de manera normal, mientras que con la aplicación de los logaritmos se intenta asegurar que dicha rentabilidad de precios sí distribuya de manera log normal. Esto es lo que sucede con la simulación de precios aleatorios en cuanto a que si se define el precio en términos logarítmicos, la ecuación es la siguiente:

$$\ln(P_t) = \mu + \ln(P_{t-1}) + \varepsilon_t$$

Si el error es independiente e idéntico a lo largo del tiempo, entonces la rentabilidad logarítmica se puede escribir como:

$$R_t = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right) = \mu + \varepsilon_t$$

Es decir, la rentabilidad es la suma de una constante  $\mu$  más una variable aleatoria, la que desvía a la variable de su valor medio. Existe la hipótesis de que estas variables aleatorias tienen igual distribución a lo largo del tiempo, por lo que la variabilidad de las rentabilidades respecto de su media se asume constante. En la práctica se tiene que este comportamiento no es el que revelan los datos, pero se trata de una buena aproximación. Esto último es algo lógico de suponer ya que es difícil pensar que la rentabilidad de hoy no influirá en la rentabilidad del mañana.

### 1.3.2 Cálculo de la Volatilidad

La volatilidad es la desviación típica de la distribución de las rentabilidades y es considerado común parámetro crítico en la medición del riesgo. Cuando las distribuciones de los precios se asumen normales, sean éstas condicionales o incondicionales, el riesgo es una función de la volatilidad.

Una definición básica de la volatilidad es la diferencia al cuadrado que existe entre un punto observado y la media de las observaciones. Todo eso dividido por N-1, donde N es el conjunto total de la población y el número 1 se refiere a la pérdida de un grado de libertad debido a que se utiliza la desviación estándar muestral.

Por lo tanto, la volatilidad, en términos no condicionales, se define simplemente como:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(\tilde{x} - x_i)^2}{N - 1}}$$

En el punto 1.4.1 se asumía que la volatilidad de las rentabilidades es constante. Sin embargo, la evidencia empírica ha mostrado que existen cambios significativos en la varianza de las series de rentabilidades.

Debido a que los riesgos de mercado están asociados con la variabilidad de los precios, los modelos de volatilidad constante no parecen apropiados y por lo tanto se asumen modelos de volatilidades no constantes. Por lo tanto, aparecen los modelos de suavizamiento exponencial o de volatilidad condicional autorregresiva.

En el caso del suavizamiento exponencial, uno de los métodos de cálculo de volatilidad no constante más conocido es el de la empresa J.P. Morgan, conocido como RiskMetrics.

Éste corresponde a un promedio ponderando de las volatilidades pasadas de la forma:

$$\sigma_t^2 = \sum_{i=1}^n \alpha_i r_{t-i}^2$$

Si se supone que las ponderaciones decaen exponencialmente a una tasa constante, es decir  $\alpha_{i+1}/\alpha_i = \lambda$ , donde  $0 < \lambda < 1$ , entonces se obtiene la siguiente aproximación:

$$\sigma_t^2 \approx (1 - \lambda) \sum_{i=1}^n \lambda^{i-1} r_{t-i}^2$$

Rezagando la ecuación anterior en 1, y multiplicando por  $\lambda$ , se tiene lo siguiente:

$$\lambda \sigma_{t-1}^2 \approx (1 - \lambda) \sum_{i=1}^n \lambda^i r_{t-i-1}^2$$

Restando la ecuación rezagada a la no rezagada, y asumiendo que  $n$  es muy grande, entonces se obtiene la siguiente ecuación:

$$\sigma_t^2 \approx \lambda \sigma_{t-1}^2 + (1 - \lambda) r_{t-1}^2$$

La ecuación anterior indica que la volatilidad está determinada por el retorno y la volatilidad del periodo anterior. Su principal ventaja es que depende de un solo parámetro,  $\lambda$ , el cual indica la ponderación asignada a cada uno de los dos términos. En general, se recomienda que el parámetro  $\lambda$  tome valores entre 0.94 y 0.99.

Ahora bien, desde el punto de vista de los modelos de volatilidad condicional autorregresiva, comenzaremos definiendo lo siguiente. Sea la rentabilidad de los precios definida como

$$R_t = \mu + \varepsilon_t$$

En un modelo de volatilidad condicional autorregresiva, la atención se centra en la modelización de la distribución de probabilidades de la variable  $\varepsilon_t$ . Esto es, se añade una hipótesis para la distribución de probabilidad condicional de la variable  $\varepsilon_t$ , la que a su vez se considera de distribuir normal, con media 0 y varianza  $h_t$  (condicional). El patrón de comportamiento de  $h_t$  se define como:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \dots + \alpha_p \varepsilon_{t-p}^2$$

En un modelo de varianza condicional autorregresiva, la varianza condicional es la suma de una combinación lineal de los cuadrados de las perturbaciones rezagadas del modelo, hasta el rezago  $p$ , más una constante. La distribución de probabilidades de la variable aleatoria  $\varepsilon_t$  se dice condicional respecto de un set de información. Esta información corresponde a los shocks aleatorios que se han producido con antelación hasta el rezago  $t - p$ .

Por lo tanto, cuando se evalúe la rentabilidad que se tendrá en  $T+1$ , ésta estará definida a partir de:

$$R_{t+1} = \hat{\mu} + \varepsilon_{t+1}$$

De esta forma, la rentabilidad se distribuirá normalmente con media  $\hat{\mu}$  y varianza condicional  $\hat{h}$ . Es decir:

$$\hat{h}_{T+1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 \hat{\varepsilon}_T^2 + \hat{\alpha}_2 \hat{\varepsilon}_{T+1}^2 + \dots + \hat{\alpha}_p \hat{\varepsilon}_{T-(p-1)}^2$$

El modelo supone que en cada fecha, la rentabilidad es simplemente la suma que hay entre la media  $\mu$  y la realización de una variable aleatoria normal  $\varepsilon_t$ .

Por lo tanto, la varianza condicional estimada es:

$$\hat{h}_{T+1} = \hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1 (R_T - \hat{\mu})^2 + \hat{\alpha}_2 (R_{T-1} - \hat{\mu})^2 + \dots + \hat{\alpha}_p (R_{T-(p-1)} - \hat{\mu})^2$$

donde

$$\hat{\varepsilon}_T = (R_T - \hat{\mu})$$

Por lo tanto, la rentabilidad en el período  $T+1$  se distribuirá simplemente Normal con media  $\hat{\mu}$  y varianza condicional  $\hat{h}_{T+1}$ .

Una extensión al modelo ARCH corresponde al modelo GARCH, los cuales se definen como modelos de volatilidad condicional autorregresiva generalizada.

Para un modelo de rentabilidad definido como:

$$R_{t+1} = \hat{\mu} + \varepsilon_{t+1}$$

La variable aleatoria normal  $\varepsilon_t$  tiene una varianza condicional  $h_t$  que está definida a partir de la siguiente fórmula:

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i}$$

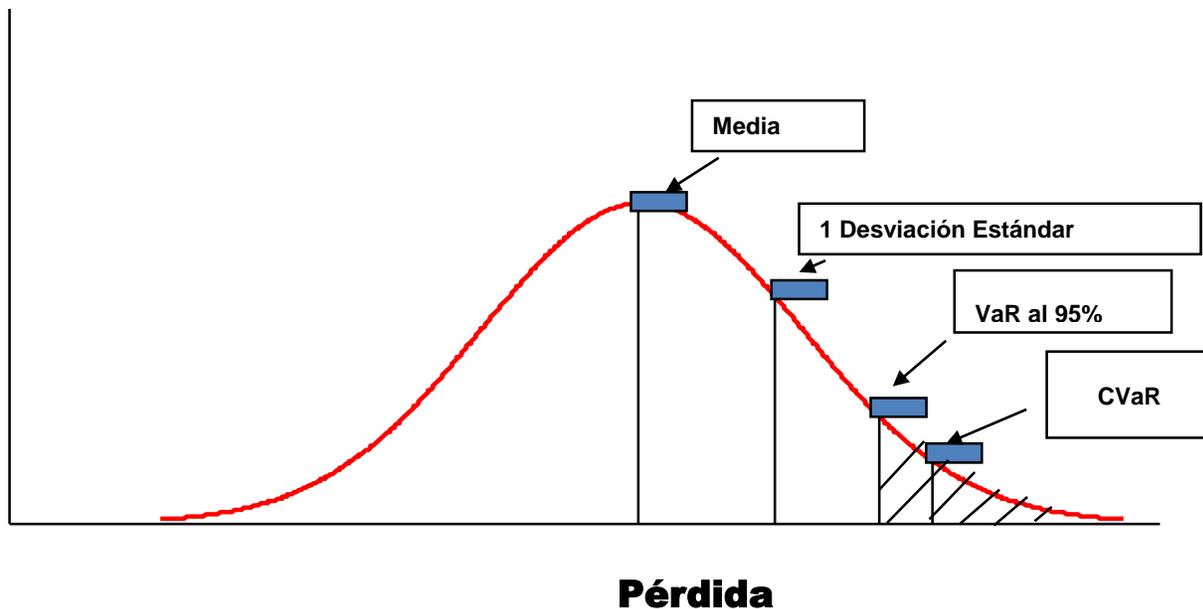
donde  $p \geq 0$ ;  $q \geq 0$ ;  $\alpha_0 \geq 0$ ;  $\alpha_i \geq 0$  y  $\beta_i \geq 0$

Un modelo del tipo GARCH es un proceso ARCH de orden infinito, con una estructura racional de rezagos que se impone sobre los coeficientes.

De acuerdo a lo escrito por parte del equipo consultor de PKF Chile, Rafael Romero y Claudio Bonilla<sup>1</sup>, parece inadecuada la utilización de modelos GARCH al trabajar con retornos en mercados emergentes como el de América Latina. Por lo tanto, este tema se discutirá con mayor profundidad mediante el desarrollo del proceso de optimización, el cual será entregado en el Informe N°2 de la consultoría.

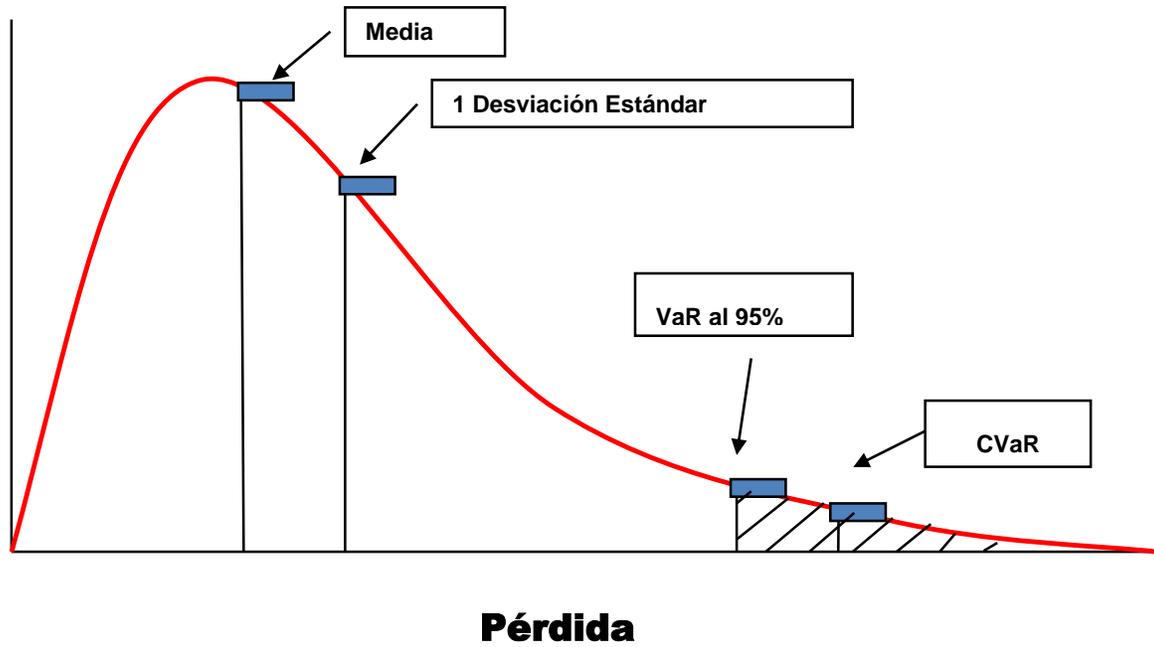
En general, para el proceso de optimización se deberán tener siempre en mente las relaciones de riesgo y retorno, tal como lo muestran los siguientes gráficos:

**Figura 1**  
**Relaciones de Riesgo y Retorno en una Distribución Normal**



<sup>1</sup> Bonilla, C.A., Romero-Meza, R. and Maquieira, C.P. (2011) Nonlinearities and GARCH Inadequacy for Modeling Stock Market Returns: Empirical Evidence from Latin America, Macroeconomic Dynamics, November, Vol. 15 issue 5, pg. 713-724 (Journal ISI).

**Figura 2**  
**Relaciones de Riesgo y Retorno en una Distribución Asimétrica**



## **CAPÍTULO IV. PROPUESTAS DE CRITERIOS PARA CONFORMAR UNA CARTERA DE INVERSIÓN DE RESPALDO DE RESERVAS**

Uno de los tópicos en Finanzas más estudiados por teóricos e investigadores, ha sido la Teoría de Portfolios, y sus implicancias para la optimización de las carteras de inversión, que en términos simples no es otra cosa que lograr la máxima rentabilidad posible al mínimo riesgo.

En el presente informe se presenta una revisión de los pilares analíticos que sustentan la moderna Teoría de Portfolios y los instrumentos de aplicación práctica para una adecuada administración de carteras de inversión.

### **1. ANÁLISIS MEDIA- VARIANZA**

La teoría de Media-Varianza, desarrollada por Harry Markowitz, se basa en la idea que el valor de oportunidades de inversión, puede ser medido significativamente en términos de retornos promedios y varianzas de los retornos.

Este análisis de media-varianza se basa en los siguientes supuestos:

- i) todos los inversionistas son aversos al riesgo; esto implica que ellos siempre preferirán menos riesgo a más riesgo, para un mismo nivel de retorno esperado.
- ii) Los retornos esperados de todos los activos son conocidos.
- iii) Las varianzas y covarianzas de los retornos de todos los activos, también son conocidas.
- iv) Los inversionistas sólo necesitan conocer los retornos esperados, varianzas y covarianzas de los retornos de activos para determinar portfolios óptimos.
- v) No hay costos de transacción ni impuestos.

#### **1.1. La frontera de Mínima Varianza y sus conceptos relacionados**

El objetivo de un inversionista al usar el enfoque media-varianza en la selección de un portfolio, es elegir uno que sea eficiente. Un portfolio eficiente es aquel que ofrece el más alto nivel de retorno esperado para un determinado nivel de riesgo, medido ya sea por la varianza o desviación estándar del retorno del activo. Para la selección de un portfolio, consideraremos en primer lugar uno compuesto por sólo 2 tipos de instrumentos, bonos de empresas y acciones de empresas. Luego, para encontrar un portfolio eficiente se deben identificar los portfolios que tienen la varianza mínima para cada nivel de retorno esperado. Tales portfolios se denominan entonces portfolios de varianza mínima.

Se tiene que para cualquier portfolio compuesto de 2 activos, el retorno esperado del portfolio  $E(R_p)$ , está dado por :

$$E(R_p) = w_1 \cdot E(R_1) + w_2 \cdot E(R_2)$$

donde :  $E(R_1)$  = retorno esperado activo 1.  
 $E(R_2)$  = retorno esperado activo2.  
 $w_1$  = porcentaje invertido en activo1.  
 $w_2$  = porcentaje invertido en activo2.  
 $w_1+w_2=1$

Y la varianza del retorno del portfolio está dado por:

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2$$

donde:

$\sigma_1$  = desviación estándar del retorno del activo1.

$\sigma_2$  = desviación estándar del retorno del activo2.

$\rho_{1,2}$  = la correlación entre el retorno de los 2 activos.

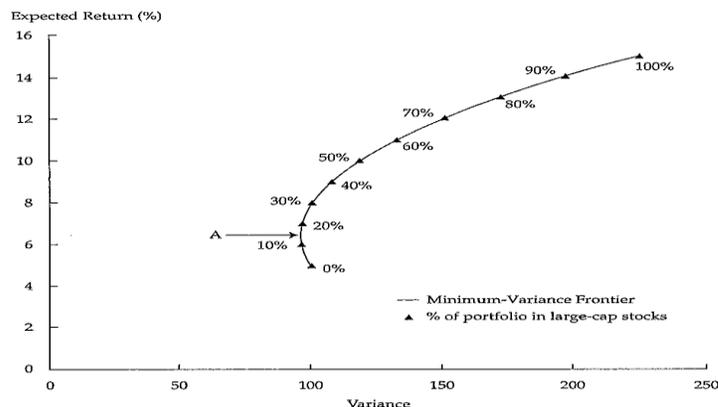
y  $\text{Cov}(R_1, R_2) = \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2$

Por lo tanto, la desviación estándar del retorno del portfolio es:

$$\sigma_p = (w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \cdot \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2)^{1/2}$$

En el gráfico siguiente se muestra la representación de portfolios compuestos de 2 activos; un bono de empresa y una acción de empresa corporativa.

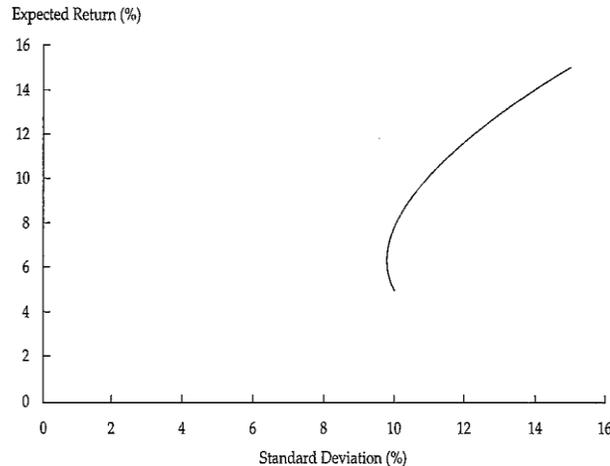
**Figura 3**  
**Frontera de Mínima Varianza con 2 activos: bonos de empresas y una acción**



En la línea dibujada en el gráfico se representan todas las posibles combinaciones de retorno versus riesgo, medido como la varianza, de diferentes portafolios que se pueden obtener al invertir un porcentaje  $w_1$  en un acción corporativa (o portafolio de acciones) y un porcentaje  $w_2$  en bonos de empresas. Así por ejemplo, si se invierte solo en un bono de empresa, se obtendrá la rentabilidad ofrecida por este instrumento, por ejemplo un 5%; si sólo se invierte en la acción, se obtendría una rentabilidad de 15%, asumiendo por cierto una mayor grado de riesgo, reflejado por la mayor varianza del portafolio.

La línea curva trazada en el gráfico se denomina la Frontera de Mínima Varianza o Frontera Eficiente, ya que cualquier punto sobre esta frontera tiene la particularidad de que entrega para un determinado nivel de retorno esperado, la mínima varianza posible de un portafolio. Asimismo, en la figura 4 se ilustra la Frontera Eficiente en términos de retornos esperados versus la desviación estándar de los retornos de portafolios, considerando para ello que la desviación estándar como medida de riesgo es más fácil de interpretar conceptualmente.

**Figura 4**  
**Frontera de Mínima Varianza con 2 activos: bonos de empresas y una acción**



### 1.2. Análisis de Media Varianza para el caso de 3 activos.

Anteriormente hemos visto el caso de la inversión en portafolios con sólo con 2 activos; bonos de empresas y acciones corporativas, determinando la Frontera Eficiente de portafolios para inversión.

Ahora se presenta el caso de portafolios compuestos por 3 activos; bonos de empresas, acciones de empresas de gran tamaño y acciones de empresas de menor tamaño.

Para cualquier portafolio compuesto por 3 activos con ponderadores  $w_1, w_2, w_3$ , se tiene que:

$$E(R_p) = w_1 \cdot E(R_1) + w_2 \cdot E(R_2) + w_3 \cdot E(R_3)$$

donde:

$E(R_1)$  = retorno esperado activo 1 (acciones empresas de gran tamaño)

$E(R_2)$  = retorno esperado activo 2 (bonos de empresas)

$E(R_3)$  = retorno esperado activo 3 (acciones empresa menor tamaño)

y la varianza del portfolio está dada por:

$$\sigma_p^2 = w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2 + 2w_1 w_3 \rho_{1,3} \sigma_1 \sigma_3 + 2w_2 w_3 \rho_{2,3} \sigma_2 \sigma_3$$

donde:

$\sigma_1$  = desviación estándar del activo 1.

$\sigma_2$  = desviación estándar del activo 2.

$\sigma_3$  = desviación estándar del activo 3.

$\rho_{1,2}$  = correlación entre el retorno del activo 1 y el activo 2.

$\rho_{1,3}$  = correlación entre el retorno del activo 1 y el activo 3.

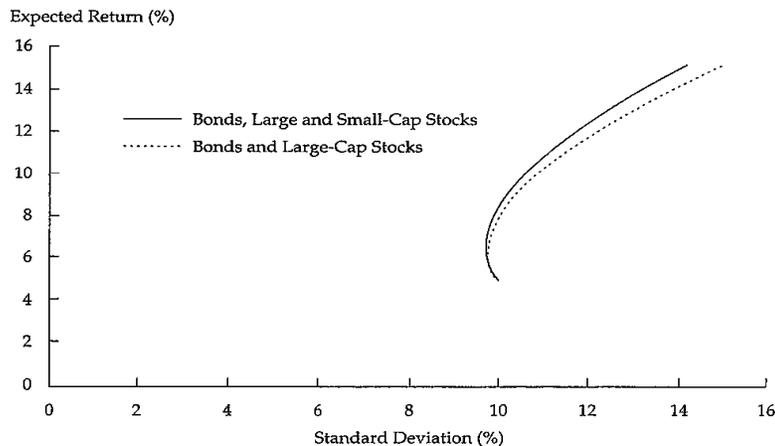
$\rho_{2,3}$  = correlación entre el retorno del activo 2 y el activo 3.

Y la desviación estándar del portfolio es:

$$\sigma_p = (w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + w_3^2 \sigma_3^2 + 2w_1 w_2 \rho_{1,2} \sigma_1 \sigma_2 + 2w_1 w_3 \rho_{1,3} \sigma_1 \sigma_3 + 2w_2 w_3 \rho_{2,3} \sigma_2 \sigma_3)^{1/2}$$

Los efectos de disponer de 3 activos para conformar portfolios de inversión, permite contar con un mayor conjunto de combinaciones de activos, logrando reducir el riesgo de los portfolios de inversión y alternativamente, obtener un mayor retorno de inversión de los portfolios constituidos.

**Figura 5**  
**Frontera de Mínima Varianza con 2 activos versus 3 activos**



De la gráfica anterior se puede observar que para cualquier nivel de retorno esperado, los portfolios de mínima varianza con 3 activos tienen una desviación estándar (riesgo) que

resulta menor que la desviación estándar de portafolios de 2 activos. Lo anterior, significa que con una mayor combinación de activos es posible disminuir el riesgo de un portafolio, lo que en lenguaje financiero se ha denominado *la diversificación de portafolios de inversión*.

### 1.3. Frontera de Mínima Varianza con muchos activos

Se presenta a continuación, como se compone un portafolio de inversión cuando se dispone de muchos activos para invertir. Para un portafolio de n activos el retorno esperado del portafolio es:

$$E[R_p] = \sum_{j=1}^n w_j E(R_j)$$

y la varianza del retorno del portafolio es:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{Cov}(R_i, R_j)$$

con

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

Entonces, para determinar la frontera de mínima varianza para un conjunto de n activos se deben determinar los retornos esperados mínimos y máximos posibles de ese conjunto de activos, esto es, determinar  $r_{\min}$ ,  $r_{\max}$  (retornos esperados de los activos individuales). Luego, se determinan los ponderadores que conformaran el portafolio de mínima varianza para los valores de los retornos esperados entre  $r_{\min}$ , y  $r_{\max}$ . Matemáticamente, esto significa resolver el problema de optimización siguiente, para valores de z;

$$r_{\min} \leq z \leq r_{\max}$$

Se tiene entonces:

$$\text{minimizar } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j \text{Cov}(R_i, R_j)$$

sujeto a: 
$$\sum_{j=1}^n w_j = 1$$

y sujeto a

$$E[R_p] = \sum_{j=1}^n w_j E(R_j) = z$$

Con el proceso de optimización anterior se obtendrán los ponderadores  $w_1, w_2, \dots, w_n$ , para cada nivel de retorno esperado  $z$ , los cuales minimizan la varianza del portfolio. Los efectos de esto, al igual que en el caso de portfolios con 3 activos, es lograr reducir la varianza de los portfolios de la frontera eficiente para cualquier nivel de retorno esperado de dichos portfolios. En términos gráficos, al agregar consecutivamente un mayor número de activos para formar portfolios óptimos, significa que la curva que representa la frontera eficiente de portfolios de inversión se corre cada vez más hacia el lado izquierdo del plano entre retorno esperado y la varianza de un portfolio.

#### 1.4. Diversificación y tamaño del Portfolio

En las secciones anteriores hemos visto que en la medida que se dispone de un mayor número de activos para conformar portfolios de inversión, es posible disminuir la varianza de los portfolios de la frontera eficiente, esto es, reducir el riesgo de los portfolios para cada nivel de retorno esperado.

Supongamos ahora que podemos formar un portfolio con muchos activos, igualmente ponderados, es decir un portfolio de  $n$  activos, con ponderadores que representan una igual proporción del valor del portfolio  $w_i = 1/n; i=1, 2, \dots, n$ .

Entonces, la varianza del retorno del portfolio será:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i w_j Cov(R_i, R_j) = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n Cov(R_i, R_j)$$

Supongamos ahora que la varianza promedio de todos los activos sea  $\overline{\sigma^2}$  y la covarianza promedio entre todos los pares de 2 activos sea  $\overline{Cov}$  entonces, simplificando términos se llega a:

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{n} \overline{\sigma^2} + \frac{n-1}{n} \overline{Cov}$$

Con el resultado anterior se deduce que al aumentar el número de activos ( $n$ ), la contribución de la varianza individual de los activos a la varianza total del portfolio es cada vez menor, y en el límite tiende a cero.

Por otra parte, la contribución de la covarianza de los activos a la varianza del portfolio, al aumentar  $n$  permanece mayor a cero, pero tiende a ser igual a la covarianza promedio  $\overline{Cov}$ .

Esto último significa que para un número suficientemente grande de activos, la varianza del portfolio estará dada por la correlación entre pares de activos, o sea como se comportan los retornos esperados, al moverse conjuntamente los activos. Esto es, solamente prevalece el valor de la covarianza de los retornos.

Si por último suponemos que los activos tienen la misma desviación estándar, y equivalentemente, la misma varianza individual, entonces la varianza del porfolio se puede expresar en términos de la varianza individual de los activos y sus correlaciones.

$$\sigma_p^2 = \sigma^2 \left( \frac{1-\rho}{n} + \rho \right)$$

### 1.5. Elección de un Portfolio con un activo libre de riesgo.

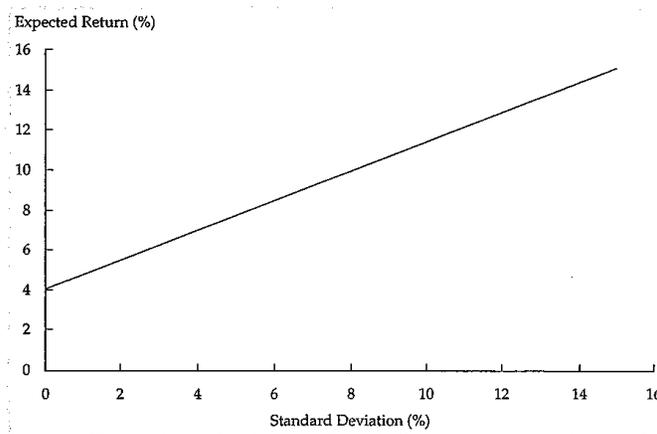
Anteriormente hemos visto la conformación de portfolios sólo con activos riesgosos, medido ya sea por la desviación estándar o varianza de cada activo. Ahora veremos que si existe un activo libre de riesgo, como por ejemplo un bono del Estado de Chile, se amplía el conjunto de oportunidades para conformar portfolios óptimos de varianza mínima.

#### La Línea de Asignación de Capitales (CAL)

La línea de asignación de capitales (CAL) describe las combinaciones de retorno esperado y desviación estándar de los retornos de activos disponibles para un inversionista, al momento de combinar su portfolio óptimo de activos riesgosos con un activo libre de riesgo.

En términos gráficos, la línea de asignación de capitales, en el plano retorno esperado-desviación estándar, es la línea que nace en la tasa libre de riesgo y que se prolonga hasta interceptar con la frontera eficiente de portfolios de inversión. En el punto de tangencia de la línea de asignación de capitales con la frontera eficiente se logra el portfolio óptimo de activos riesgosos para el inversionista.

**Figura 6**  
**Portfolios con un activo libre de riesgo y acciones corporativas.**

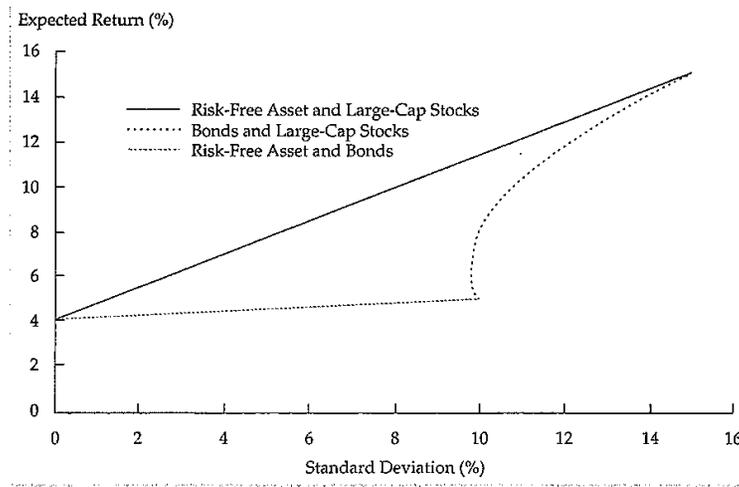


En el gráfico anterior se aprecia que para un portfolio con cero desviación estándar, se invierte sólo en el activo libre de riesgo, y en la medida que se invierte en portfolios riesgosos, e ir avanzando hacia la derecha en el plano referido, se alcanzan mayores

retornos esperados, a cambio de aceptar mayor nivel de desviación estándar (riesgo) en los portafolios elegidos.

Ahora bien, en el gráfico siguiente se aprecian tres clases de líneas que representan los distintos tipos de portafolios que se puedan conformar.

**Figura 7**  
**Portafolios con un activo libre de riesgo, acciones corporativas y bonos de empresas**



La línea curva punteada es la frontera eficiente de portafolios de varianza mínima conformados por acciones corporativas y bonos de empresas. La línea punteada recta representa los portafolios conformados por un activo libre de riesgo y bonos de empresas, y por último, la línea recta entera representa los portafolios conformados por un activo libre de riesgo y acciones corporativas. Esta última línea se denomina entonces la Línea de Asignación de capitales (CAL) entre un activo libre de riesgo y acciones corporativas, y es la que entrega el máximo retorno esperado de un portafolio, dado un determinado nivel de riesgo (desviación estándar).

Como corolario de lo señalado, podemos concluir que:

- Si es posible invertir en un activo libre de riesgo con otros activos riesgosos, entonces la CAL representa la mejor alternativa de intercambio posible entre riesgo y retorno.
- La CAL tiene un intercepto en el eje y, de los retornos esperados, igual a la tasa libre de riesgo.
- La CAL es tangente a la Frontera eficiente de activos riesgosos, de varianza mínima.

### 1.6. La Ecuación de la Línea de Asignación de Capitales.

Veamos ahora cómo representar matemáticamente la línea de asignación de capitales, CAL. Sea  $w_T$  la proporción de un portafolio que corresponde al de un inversionista que se

sitúa en el punto de tangencia de la CAL y la Frontera eficiente de portfolios riesgosos, y sea  $(1 - w_T)$  el porcentaje que se invierte en un activo libre de riesgo. Entonces se tiene que el retorno esperado del portfollio está dado por:

$$E[R_p] = (1 - w_T)R_F + w_T E(R_T)$$

y la desviación estándar del portfollio es :

$$\sigma_p = w_T \sigma_{R_T}$$

Y dado que  $w_T = \sigma_p / \sigma_{R_T}$ , por sustitución de términos se tiene:

$$E[R_p] = R_F + \frac{E(R_T) - R_F}{\sigma_{R_T}} \sigma_p \quad \text{Ecuación de CAL}$$

Donde el término  $\frac{E(R_T) - R_F}{\sigma_{R_T}}$ , se denomina precio de equilibrio del riesgo.

Este término significa el retorno adicional sobre la tasa libre de riesgo que el inversionista demanda para aceptar una unidad extra de riesgo.

### 1.7. La Línea del Mercado de Capitales

Cuando los inversionistas comparten idénticas expectativas sobre los retornos esperados, las varianzas de los retornos y las correlaciones de los activos riesgosos, entonces la Línea de Asignación de Capitales, CAL, es la misma para todos los inversionistas, y se denomina la Línea del Mercado de Capitales (CML). Con expectativas idénticas, el portfollio tangente debe ser el mismo portfollio para todos los inversionistas. En equilibrio, este portfollio tangente debe ser un portfollio que contiene todos los activos riesgosos en proporciones que reflejen su valor de mercado ponderado; el portfollio tangente es el portfollio de mercado de todos los activos riesgosos.

Se tiene entonces que la CML es una línea de asignación de capitales, en donde el portfollio tangente óptimo para el inversionista promedio es el portfollio de mercado.

Entonces la Ecuación de la CML, se expresa como:

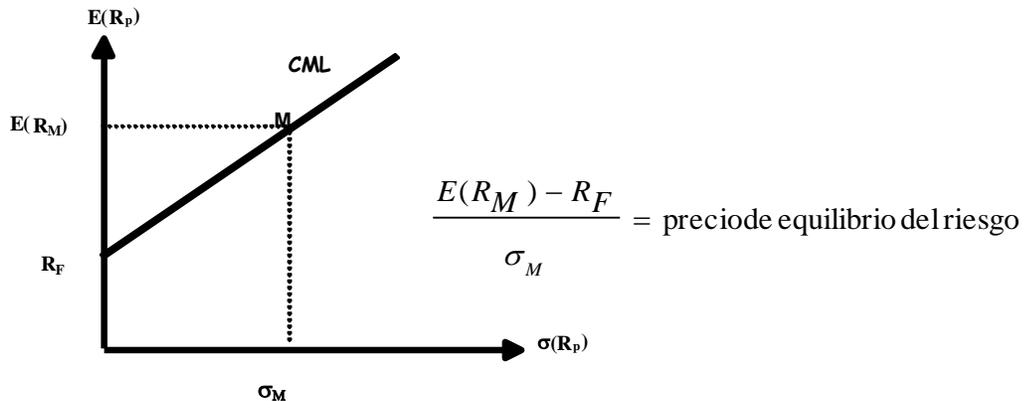
$$E[R_p] = R_F + \frac{E(R_M) - R_F}{\sigma_M} \sigma_p$$

donde:

$E(R_p)$  = retorno esperado de un portfollio p, situado sobre la Línea del Mercado de Capitales.  
 $R_F$  = tasa libre de riesgo.

$E(R_M)$  = retorno esperado del portfolio de mercado.  
 $\sigma_M$  = desviación estándar del retorno esperado del mercado.  
 $\sigma_p$  = desviación estándar del retorno esperado del portfolio p.

**Figura 8**  
**La Línea del Mercado de Capitales**



### 1.8. El Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM)

En las secciones anteriores se ha efectuado una revisión sobre la teoría financiera para formar portfolios de inversión, dado inicialmente un número pequeño de activos disponibles, para luego ampliar el análisis, considerando un gran número de activos para formar portfolios, tanto activos riesgosos, como libres de riesgo. Con esto, un inversionista puede elegir un portfolio óptimo que le entregue el máximo retorno esperado, para un determinado nivel de riesgo. Ahora bien, en este proceso de conformar portfolios, sólo se elegirán todos aquellos que sean eficientes para el inversionista, es decir, que dado un cierto nivel de riesgo, siempre se preferirá un portfolio que brinde un mayor nivel de retorno y no uno menor.

Veremos ahora qué sucede cuando es posible para el inversionista la elección de portfolios o activos que no sean todos eficientes, según lo descrito en párrafo anterior, para lo cual se ha desarrollado lo que se conoce como el Modelo de Valoración de Activos de Capital (CAPM).

Los supuestos en los que se basa el CAPM son los siguientes:

- Los inversionistas sólo necesitan conocer los retornos esperados, las varianzas y covarianzas de los retornos, para determinar cuales portfolios son óptimos para ellos.
- Los inversionistas tienen idénticas percepciones sobre retornos esperados, varianzas y correlaciones de los activos riesgosos.
- Los inversionistas pueden comprar y vender activos en cualquier cantidad, sin afectar el precio de éstos, y todos los activos son transables.

- Los inversionistas pueden prestar y pedir prestado a la tasa libre de riesgo sin límites y pueden hacer venta corta de cualquier activo y en cualquier cantidad.
- Los inversionistas no pagan impuestos sobre los retornos, y no hay costos de transacción por negociar activos.

La ecuación que describe el rendimiento esperado para cualquier activo o portfolio, sea eficiente o no, es:

$$E[R_i] = R_F + [E(R_M) - R_F] \beta_i$$

donde:

$E(R_i)$  = retorno esperado del activo i.

$R_F$  = el retorno libre de riesgo

$E(R_M)$  = el retorno esperado del portfolio de mercado

$\beta_i = \text{Cov}(R_i, R_M) / \text{Var}(R_M)$  = beta del activo

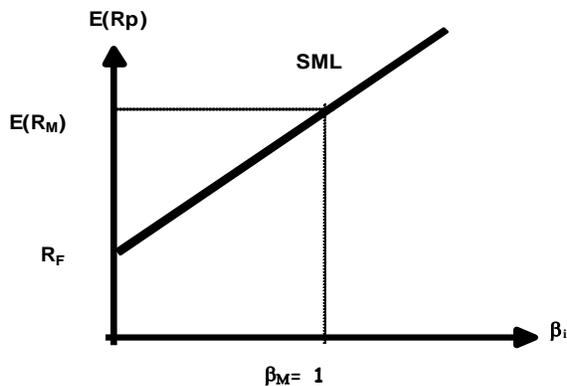
El CAPM es una ecuación que describe el retorno esperado de cualquier activo o portfolio como una función lineal de su beta, y tiene dos componentes: primero la tasa libre de riesgo,  $R_F$ , y segundo un retorno extra que es igual a  $[(E(R_M) - R_F)] * \beta_i$ .

El término  $[(E(R_M) - R_F)]$  se denomina el premio por riesgo de mercado, el que corresponde al retorno extra que se espera obtener sobre la tasa libre de riesgo, por invertir en activos riesgosos.

En la ecuación anterior, la beta de un activo ( $\beta$ ) indica la sensibilidad de los movimientos en rentabilidad del activo a los movimientos en rentabilidad del mercado, y puede tomar valores mayores o menores a 1. Cuando la beta de un activo mayor a 1, el activo tiene un riesgo promedio mayor al del mercado, así como también su retorno esperado. De la misma forma, si la beta del activo es inferior a 1, entonces el riesgo del activo es menor al del mercado y su retorno esperado también será menor. Por último, si la beta del activo es igual a 1, significa que tanto el riesgo como el retorno esperado del activo son iguales al del portfolio del mercado.

La representación gráfica del CAPM se denomina la Recta del Mercado de Valores (SML), que se ilustra en el gráfico siguiente:

**Figura 9**  
**La Recta del Mercado de Valores**



### 1.9. Reglas de elección de un Portfolio de Media-Varianza: Introducción

Una de las decisiones básicas en la elección de un portfolio es la selección de la óptima asignación de activos que lo conformarán a partir de un conjunto de clases de activos posibles. Una segunda decisión para la elección implica modificar un portfolio ya existente, lo que resulta más fácil de implementar, ya que podemos concluir que un portfolio modificado representa un mejoramiento en media-varianza sobre el anterior portfolio, sin establecer necesariamente que se haya alcanzado un portfolio óptimo. Esto último se analiza a continuación.

#### Decisiones relacionadas con Portfolios Existentes

Veremos seguidamente dos tipos de decisión en relación a portfolios existentes:

##### a) Comparación de Portfolios como Inversiones excluyentes

La regla de decisión de Markowitz proporciona el principio por medio del cual, un inversionista en media-varianza que enfrenta la elección de poner todo su dinero en un activo A, o todo su dinero en el activo B, puede tomar una decisión. Entonces, el inversionista preferirá A sobre B, si es que se cumple una de las siguientes condiciones:

- El retorno medio en A es igual o mayor que en B, pero A tiene una menor desviación estándar de los retornos que B.
- El retorno medio en A es estrictamente mayor que en B, pero A y B tienen la misma desviación estándar de los retornos.

Cuando A es preferido a B, por la regla de decisión de Markowitz, se dice que A domina en media-varianza a B. Esto implica que el activo A es más eficiente en riesgo que el activo B.

Ahora, si un inversionista puede prestar y pedir prestado a la tasa libre de riesgo, se puede ver el efecto en la elección entre 2 portfolios. Para esto utilizaremos el siguiente parámetro: ratio de Sharpe, que mide la razón del retorno esperado en exceso respecto a la tasa libre de riesgo, sobre la desviación estándar del retorno del portfolio.

$$S = (E(R_p) - R_F) / \sigma_p$$

Entonces, si tenemos un portfolio p, que tiene un ratio de Sharpe positivo mayor al ratio que tenga un portfolio q, el portfolio p domina en media-varianza al portfolio q.

**b) La decisión de agregar una nueva Inversión a un portfolio existente.**

Si un inversionista mantiene un portfolio p, con un retorno esperado  $E(R_p)$ , y una desviación estándar  $\sigma_p$ , y puede ahora agregar una nueva inversión al portfolio, por ejemplo una nueva clase de activos, entonces el nuevo portfolio formado será óptimo si se cumple la siguiente condición:

$$\frac{E(R_{new}) - R_F}{\sigma_{new}} > \left( \frac{E(R_p) - R_F}{\sigma_p} \right) * \text{corr}(R_{new}, R_p)$$

Esta expresión indica que será mejor la relación riesgo-retorno (media-varianza), si el ratio de Sharpe del nuevo portfolio conformado es mayor al ratio del portfolio anterior, multiplicado por la correlación entre los 2 portfolios.

**2. CONSIDERACIONES PRÁCTICAS EN EL ANÁLISIS MEDIA- VARIANZA**

Veremos a continuación algunas consideraciones prácticas que surgen en el análisis media-varianza para elección de portfolios.

- Estimación de parámetros para la optimización media-varianza, y
- La inestabilidad de la Frontera de varianza mínima, que resulta de la sensibilidad de los procesos de optimización, a los parámetros estimados.

**2.1 Estimación de parámetros para optimización media-varianza**

En esta sección compararemos la factibilidad y seguridad de diversos métodos en la obtención de los parámetros para la optimización en media-varianza. Estos métodos utilizan lo siguiente:

**a) Estimaciones históricas (medias, varianzas y correlaciones históricas):** Este enfoque implica calcular medias, varianzas, y correlaciones directamente de datos históricos. Este método histórico requiere estimar un gran número de parámetros cuando se efectúa un proceso de optimización, incluso con un acotado pero significativo número de activos. Por tanto, este enfoque es más factible para seleccionar activos que para

conformar portfolios que involucren un gran número de activos. El número de parámetros que se requiere estimar para determinar la frontera de varianza mínima depende del número de potenciales activos en el portfolio.

Si un portfolio tiene  $n$  activos, y se quiere utilizar el análisis media-varianza, entonces se deben estimar:

- $n$  parámetros para los retornos esperados de los activos.
- $n$  parámetros para las varianzas de los retornos esperados, y
- $n(n-1) / 2$  parámetros de las covarianzas de los retornos de todos los activos, con respecto a cada activo.

En total los parámetros a estimar son  $n^2/2 + 3n/2$ .

De lo anterior, se advierte que este enfoque histórico tiene 2 limitaciones importantes. Primero, la cantidad de estimaciones necesarias, la que resultará en un valor demasiado grande debido a que el número de covarianzas se incrementa con el cuadrado del número de activos. Así, por ejemplo si hay 1.000 activos, sería necesario estimar 501.500 parámetros (un valor muy difícil de lograr). Segundo, las estimaciones de los parámetros de los retornos de los activos tienen errores de estimación sustanciales, a causa de que la variabilidad en los retornos de activos riesgosos es significativamente alta en relación a la media de estos retornos, lo que genera entonces el error muestral de la estimación.

Para subsanar lo anterior, una de las técnicas corrientes ha sido ajustar los retornos medios históricos para reflejar el contraste entre las condiciones actuales de los retornos de los activos en el mercado y los datos de retornos históricos pasados.

**b) Estimación del Modelo de Mercado (Beta Histórico no ajustado):** La estimación del modelo de mercado se realiza comúnmente por medio de una regresión entre las variables retorno de un activo y retorno del portfolio de mercado. Para un activo cualquiera  $i$ , el retorno de este activo, puede modelarse como:

$$R_i = \alpha_i + \beta_i R_M + \varepsilon_i$$

$R_i$  = retorno del activo  $i$ .

$R_M$  = retorno del portfolio de mercado.

$\alpha_i$  = retorno promedio en el activo  $i$ , no relacionado con el retorno del mercado.

$\beta_i$  = la sensibilidad del retorno en el activo  $i$ , al retorno en el portfolio de mercado.

$\varepsilon_i$  = término de error

El modelo de mercado se basa en los siguientes supuestos sobre los términos que intervienen en la ecuación de regresión anterior:

- valor esperado del término de error es cero. Así que  $E(\varepsilon_i) = 0$
- retorno de mercado no está correlacionado con el término de error,  $Cov(R_M, \varepsilon_i) = 0$

- los términos de error  $\varepsilon_i$  no están correlacionados entre diferentes activos. Es decir, el término de error de un activo  $i$  es no correlacionado con el término de error de un activo  $j$ .

Dado estos supuestos, el modelo de mercado hace las siguientes predicciones sobre los retornos esperados de activos, así como sobre las varianzas y covarianzas de dichos retornos.

En primer lugar, se tiene que el retorno esperado para un activo  $i$  depende del retorno esperado para el mercado,  $E(R_M)$ , también de la sensibilidad entre el retorno en el activo  $i$  y el retorno en el mercado (beta), y por último, de la parte del retorno en el activo  $i$  que es independiente del retorno de mercado ( $\alpha_i$ ).

Por otra parte, la varianza del retorno en el activo  $i$  depende de la varianza del retorno del mercado,  $\sigma_M^2$ , de la varianza del error para el retorno del activo  $i$ ,  $\sigma_{\varepsilon_i}^2$ , y de la sensibilidad,  $\beta_i$ .

Entonces:

$$\boxed{Var(R_i) = \beta_i^2 \sigma_M^2 + \sigma_{\varepsilon_i}^2}$$

En la ecuación anterior, el término  $\beta_i^2 \sigma_M^2$  se denomina el riesgo sistemático del activo  $i$  y no diversificable, mientras que el término de varianza del error  $\sigma_{\varepsilon_i}^2$  se denomina el riesgo no sistemático del activo  $i$ , el cual sí es diversificable.

Por último, la covarianza del retorno para un activo  $i$ , y el retorno de un activo  $j$ , depende de la varianza del retorno del mercado,  $\sigma_M^2$ , y de los betas de los activos  $i$  y  $j$ .

$$\boxed{Cov(R_i, R_j) = \beta_i \beta_j \sigma_M^2}$$

**c) Estimación del Modelo de Mercado (Beta Ajustado):** En la sección anterior, con la utilización del modelo de mercado se obtienen valores estimados para los parámetros  $\alpha_i$ , y  $\beta_i$ , usando datos históricos de los retornos de los activos y del mercado. En el caso de beta, se obtiene un beta estimado no ajustado. Ahora bien, las estimaciones basadas en betas históricos dependen del supuesto crucial que el beta histórico para un activo en particular es el mejor predictor del futuro beta de ese activo. Pero si la beta cambia en el tiempo, entonces este supuesto no es cierto. Por tanto deberíamos usar otra medida en lugar de beta histórico para estimar beta futuro del activo y que se denomina **beta ajustado** del activo. Al respecto, los investigadores han señalado en general que beta ajustado es frecuentemente un mejor predictor de beta futuro del activo, en comparación al beta histórico.

Por ejemplo, supongamos que estamos en un período  $t$  y queremos estimar para un conjunto de activos la frontera de mínima varianza para el período  $t+1$ . Entonces, necesitamos utilizar datos disponibles en el período  $t$  para predecir los retornos esperados y las varianzas y covarianzas de los retornos de este activo en el período  $t+1$ .

Hay que notar sin embargo, que un estimado histórico de beta en el período t para un particular activo podría no ser el mejor estimador que podemos lograr de beta en el período t, para el período t+1. La frontera de varianza mínima para el período t+1 se debe basar en un estimador de beta para ese período, que si no fuese el mejor estimador, tampoco el resultado de la frontera de varianza mínima será el mejor.

Si la beta fuese una variable que siguiera un camino aleatorio de un período a otro, entonces podríamos escribir la relación entre la beta para el activo i en el período t y la beta para el activo i en el período t+1 como:

$$\beta_{i,t+1} = \beta_{i,t} + \varepsilon_{i,t+1}$$

Si beta sigue un camino aleatorio, entonces el mejor predictor de  $\beta_{i,t+1}$  debería ser  $\beta_{i,t}$ , ya que el valor medio del término de error es cero. En este caso, la beta histórica sería el predictor de la beta futura, y no necesitaría ser ajustado.

Pero en realidad, la beta de cada activo frecuentemente no sigue un camino aleatorio de un período a otro, y por tanto, la beta histórica no es el mejor predictor de la beta futura. Por ejemplo, si beta puede ser representado como una autoregresión de primer orden, entonces:

$$\beta_{i,t+1} = \alpha_0 + \alpha_1\beta_{i,t} + \varepsilon_{i,t+1}$$

Al estimar la regresión anterior utilizando datos de series de tiempo con betas históricas, el mejor predictor de  $\beta_{i,t+1}$ , es  $\hat{\alpha}_0 + \hat{\alpha}_1\beta_{i,t}$

En este caso, la beta histórica necesita ser ajustada, ya que el mejor predictor de beta en el período t+1 no es  $\beta_{i,t}$ . En consecuencia, betas ajustadas predicen mejores betas futuras en comparación a betas históricas, ya que las betas en promedio reversan a la media.

## 2.2 Inestabilidad en la Frontera de Mínima Varianza

Aunque la optimización estándar en media-varianza, es un procedimiento conveniente y objetivo para la conformación de un portfolio, se debe ser cuidadoso para interpretar sus resultados en la práctica.

Un problema central que surge con la optimización de media-varianza es que pequeños cambios en los supuestos acerca de los parámetros a estimar pueden conducir a grandes cambios en la Frontera de Mínima Varianza. Este problema se ha denominado ***Inestabilidad en la frontera de mínima varianza***. Esto surge porque en la práctica, existe incerteza sobre los retornos esperados, varianzas y covarianzas utilizados en el trazado de la frontera de mínima varianza.

Supongamos, por ejemplo, que se toman datos históricos para obtener estimadores que se utilizaran en el proceso de optimización. Estas medias, varianzas y covarianzas son valores muestrales que están sujetos a una variación aleatoria. Recordando que la media muestral tiene una distribución de probabilidad, llamada su distribución de muestreo, entonces esta media muestral representa sólo un punto estimado de la media poblacional. Como la optimización en media-varianza busca explotar las diferencias entre los activos, entonces si estas diferencias son estadísticamente insignificantes, el resultado obtenido de la frontera de mínima varianza será errado y sin utilidad práctica. Como consecuencia, la optimización en media-varianza sobreajusta los datos, es decir, se procesan con diferencias entre activos que no son realmente significativas. En una optimización sin restricciones para venta corta de activos, los ponderadores de algunos activos pueden resultar con una alta proporción en valores negativos, lo que reflejaría este sobreajuste. Los portafolios resultantes con porcentajes altos en venta corta de activos, son de poca utilidad práctica.

A causa de la sensibilidad a pequeños cambios en los parámetros, la optimización en media-varianza puede sugerir un rebalanceo de portafolio muy frecuente con un alto costo asociado.

Entonces, las respuestas para esta inestabilidad en la frontera de varianza mínima están en los puntos siguientes:

- Agregar restricciones para la venta corta de activos en el proceso de optimización. Esto es, que  $w_j$  sea mayor o igual a cero, para  $j=1,2,3,\dots,n$ .
- Mejorar la calidad estadística de los parámetros a utilizar en la optimización.
- Contemplar el concepto estadístico de la frontera eficiente, que refleje el hecho de que los parámetros de la optimización, son variables aleatorias más que valores constantes.

### **3. MODELOS MULTIFACTORES**

Anteriormente, se ha analizado el modelo de mercado que fue históricamente el primer intento para describir el proceso que determina el retorno de activos. El modelo de mercado asume que toda variación en el retorno de los activos está relacionada con un único factor, el retorno del mercado. No obstante, éste puede estar también relacionado con otros factores, tales como los movimientos en la tasa de interés, la inflación o retornos de una industria específica. Por muchos años, profesionales de las finanzas han utilizado modelos multifactores para administración de portafolios, análisis de riesgo y evaluación de desempeño de portafolios.

Los modelos multifactores han ganado importancia en la práctica real de administración de portafolios por dos razones principales. Primero, los modelos multifactores explican de mejor forma el retorno de los activos en comparación al modelo de mercado. Segundo, los modelos multifactores proporcionan un análisis de riesgo más detallado que el modelo de un único factor. Este mayor nivel de detalle es útil en la administración de portafolios, tanto activa como pasiva.

- Administración pasiva. Para la administración de un fondo que busca seguir un índice de valores, compuesto con muchos instrumentos, los administradores de portfollio necesitarían seleccionar una muestra de instrumentos de ese índice. Entonces, se podría utilizar un modelo multifactor para igualar la exposición de los factores de un fondo índice a la exposición de factores del índice seguido.
- Administración activa. Modelos multifactores se utilizan en la conformación de portfollios para predecir los retornos esperados y riesgos de éstos. Para la evaluación de portfollios, los analistas usan modelos multifactores para comprender las fuentes de los retornos y riesgos de los activos, en relación a un portfollio de referencia óptimo.

### 3.1 Factores y tipos de Modelos Multifactores

Un **factor** es un elemento común o subyacente, por el cual diversas variables están correlacionadas. Por ejemplo, el factor mercado es un elemento subyacente por medio del cual los retornos de acciones individuales están correlacionados. Entonces, el objetivo es encontrar factores sistemáticos que afecten los retornos promedios de un gran número de diferentes activos. Estos factores representan un riesgo monetario, riesgo por el cual los inversionistas exigen un retorno adicional para llevarlo.

Al respecto, diversos modelos multifactores han sido propuestos e investigados. Éstos pueden agruparse en 3 grupos, de acuerdo al tipo de factor utilizado.

- Modelo de factores macroeconómicos. Los factores son variables macroeconómicas inesperadas, que explican significativamente el retorno de los activos. Los factores pueden ser entendidos como variables que afectan, ya sea, a los flujos de caja futuros esperados de empresas como a la tasa de descuento que se utiliza para llevar los flujos de caja al presente.
- Modelo de factores fundamental. Los factores son atributos de acciones o compañías que explican significativamente diferencias de corte transversal en el precio de las acciones. Ejemplo de este tipo de factores han sido la razón precio-valor libro, la capitalización de mercado, la razón precio-ganancia o el leverage financiero.
- Modelo de factores estadísticos. Aquí se aplican métodos estadísticos a un conjunto de retornos históricos para determinar portfollios que expliquen dichos retornos en uno u otro sentido; en modelos de análisis de factores, los factores son los portfollios que mejor explican las covarianzas de retornos históricos. En modelos de componentes principales, los factores son portfollios que mejor explican las varianzas de retornos históricos.

### 3.2 La Estructura del Modelo de Factores Macroeconómicos

La representación de retornos en modelos de factores macroeconómicos supone que los retornos en cada activo están correlacionados sólo con cambios no esperados en algunos factores relacionados con la economía agregada, tales como la inflación o producción real.

En general, podemos definir cambio no esperado como el valor actual menos el valor pronosticado o esperado. Un factor de cambio no esperado es el componente del retorno que fue inesperado, y los factores de cambio no esperado constituyen el modelo de variables independientes. Esto contrasta con la representación de variables independientes para los retornos en el modelo de factores fundamental o en el modelo de mercado.

Supongamos que K factores explican el retorno de los activos. Entonces, en un modelo de factores macroeconómicos, la ecuación siguiente expresa el retorno del activo  $i$ :

$$R_i = a_i + b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + \dots + b_{ik}F_K + \varepsilon_i$$

donde:

$R_i$  = retorno del activo  $i$

$a_i$  = retorno esperado del activo  $i$ .

$F_k$  = cambio no esperado en el factor  $k$ ;  $k= 1,2, \dots,K$

$b_{ik}$  = la sensibilidad del retorno en el activo  $i$  a un cambio no esperado en el factor  $k$ .

$\varepsilon_i$  = término de error con media cero que representa la proporción del retorno del activo  $i$ , no explicada por el modelo de factores.

A continuación se puede apreciar un modelo de factores en el cual los retornos en cada activo están correlacionados sólo con 2 factores. Si suponemos, por ejemplo, que los retornos de una acción cualquiera están correlacionados con cambios no esperados en la tasa de interés y con cambios no esperados en el crecimiento del producto, entonces, para una acción  $i$ , el retorno del activo será modelado como:

$$R_i = a_i + b_{i1}F_{INT} + b_{i2}F_{PIB} + \varepsilon_i$$

donde:

$R_i$  = retorno de la acción  $i$

$a_i$  = retorno esperado de la acción  $i$ .

$b_{i1}$  = la sensibilidad del retorno de la acción  $i$  a un cambio no esperado en la tasa de interés.

$F_{INT}$  = cambio no esperado en la tasa de interés

$b_{i2}$  = la sensibilidad del retorno de la acción  $i$  a un cambio no esperado en el crecimiento del producto.

$F_{PIB}$  = cambio no esperado en el crecimiento del producto.

$\varepsilon_i$  = término de error con media cero que representa la proporción del retorno del activo  $i$ , no explicada por el modelo de factores.

Este modelo de factores predice entonces que un cambio no esperado de uno por ciento en la tasa de interés contribuirá en  $b_{i1}$  puntos porcentuales al retorno de la acción  $i$ . El coeficiente  $b_{i2}$  tiene una similar interpretación relativa al factor crecimiento del producto.

Ahora, considerando que el término de error  $\varepsilon_i$  tiene una media igual a cero, entonces si cambios no esperados en la tasa de interés y crecimiento del producto son iguales a cero, este modelo predice que el retorno del activo  $i$ , será  $a_i$ .

Finalmente, el término de error  $\varepsilon_i$  representa la parte del retorno que no es explicada por el retorno esperado de la acción, o por cambios no esperados en los factores.

### 3.3 La Teoría de Valoración por Arbitraje y el Modelo de Factores

En los años setenta, Stephen Ross desarrolló la Teoría de Valoración de Precios por Arbitraje (APT), como una alternativa al CAPM. Esta teoría define el retorno esperado en un activo (o portfolio), como una función lineal del riesgo del activo (o portfolio) con respecto a un conjunto de factores. Como el CAPM, la APT postula el equilibrio de los mercados financieros. Sin embargo, la APT hace supuestos menos fuertes que el CAPM.

La APT se basa en 3 supuestos:

1. Un modelo de factores determina el retorno de activos.
2. Existe un gran número de activos, así es que los inversionistas pueden formar portfolios bien diversificados que eliminan el riesgo específico de los activos.
3. No existen oportunidades de arbitraje entre portfolios bien diversificados.

En este contexto, arbitraje se entiende como una operación libre de riesgo que permite ganar una utilidad esperada neta positiva, sin requerir una inversión neta de dinero. Una oportunidad de arbitraje es una oportunidad para conseguir un arbitraje, es decir, una oportunidad para ganar una utilidad esperada neta positiva sin inversión neta de dinero.

En el primer supuesto, el número de factores no está especificado. El segundo supuesto permite formar portfolios con factores de riesgo, pero sin riesgo específico en los activos. El tercer supuesto es la condición de equilibrio de mercados financieros. La evidencia empírica muestra que el supuesto 2 es razonable. Cuando un portfolio contiene muchos activos, el riesgo específico o no sistemático de cada activo casi no contribuye a la varianza de retornos del portfolio.

De acuerdo con la APT, si los supuestos señalados se verifican, entonces el retorno esperado de un portfolio está dado por:

$$E(R_p) = R_F + \lambda_1\beta_{p,1} + \dots + \lambda_k\beta_{p,k}$$

donde:

$E(R_p)$  = el retorno esperado del portfolio  $p$ .

$R_F$  = la tasa libre de riesgo.

$\lambda_j$  = premio por riesgo del factor  $j$ .

$\beta_{p,j}$  = la sensibilidad del portolio al factor j.  
K = número de factores.

La ecuación de la APT anterior indica que el retorno esperado de cualquier portolio bien diversificado está relacionado linealmente con los factores de sensibilidad de ese portolio.

El factor premio por riesgo  $\lambda_j$  representa el retorno esperado en exceso sobre la tasa libre de riesgo para un portolio con una sensibilidad de 1 al factor j, y una sensibilidad de cero con todos los otros factores. Tal portolio es llamado *portolio de factores puros*, para el factor j.

### 3.4 La Estructura del Modelo de Factores Fundamental

Anteriormente expresamos la ecuación de un modelo de factores macroeconómicos como:

$$R_i = a_i + b_{i1}F_1 + b_{i2}F_2 + \dots + b_{ik}F_K + \varepsilon_i$$

Se puede representar también la estructura del modelo de factores fundamental con la misma ecuación anterior, pero se requiere interpretar sus términos en forma diferente.

En el modelo de factores fundamental, los factores son establecidos como retornos en lugar de cambios no esperados en retornos, en relación a valores pronosticados. Así es que éstos no tienen generalmente un valor esperado de cero.

Por otra parte, en el modelo de factores fundamental, la sensibilidad de los retornos a los factores son atributos de los activos. Consideremos por ejemplo un modelo para acciones con un factor de rendimiento de dividendos. Entonces, la sensibilidad de la acción al factor dividendo es el valor del atributo en sí mismo, esto es, su rendimiento de dividendos. Por tanto, para una acción, la sensibilidad a un factor dado podría ser calculada como el valor del atributo de la acción menos el valor promedio del atributo para todas las acciones, dividido por la desviación estándar del atributo para todas las acciones.

Se obtiene así un valor de beta estandarizado:

$$\beta_{i,j} = \frac{\text{valordel atributo de la acción} - \text{valor promedio del atributo de todas las acciones}}{\sigma(\text{de los valores del atributo})}$$

El valor de beta estandarizado es el factor de sensibilidad que tomará valores positivos o negativos. Un valor de beta estandarizado igual a 1 indica que la sensibilidad de la acción al rendimiento de dividendos equivale a una desviación estándar del rendimiento de los dividendos de las acciones, sobre el promedio de rendimiento de los dividendos. Asimismo, un valor de beta estandarizado igual a cero indica que la sensibilidad de la acción es igual al promedio de rendimiento de dividendos, y por último, un valor de beta estandarizado igual a -1 indica que la sensibilidad de la acción equivale a una desviación estándar del rendimiento de los dividendos de las acciones, bajo el promedio de rendimiento de dividendos.

### 3.5 Aplicaciones de Modelos Multifactores

Analizando la atribución de desempeño de portfolios y el análisis de riesgo, este análisis se puede estructurar en términos de retornos directos o en términos de retornos relativos a un portfolio referencial o benchmark.

En el caso de los benchmarks, éstos proporcionan un estándar de referencia para retorno y riesgo, y juegan además un importante papel en las inversiones de los inversionistas institucionales; por ejemplo, para mantener los riesgos acotados de sus portfolios. Por consiguiente, nos centraremos en análisis de retornos relativos a un benchmark.

#### 3.5.1 Análisis de las Fuentes de los retornos

Un modelo multifactores permite comprender en detalle las fuentes de retornos de un portfolio relativo a un benchmark. Por simplicidad, se analizarán las fuentes de retorno de un portfolio completamente invertido en acciones, en una bolsa específica de acciones.

Previo a lo anterior, es necesario entender los objetivos de un administrador activo de portfolios, considerando que éstos son evaluados en su desempeño, generalmente en relación a un benchmark específico. Los administradores activos de portfolios mantienen instrumentos con diferentes ponderaciones que las del portfolio benchmark, en un intento por agregar mayor valor o retornos a sus portfolios, comparativamente a una estrategia de administración pasiva. Los instrumentos mantenidos en el portfolio con diferentes ponderaciones respecto al benchmark reflejan las expectativas del administrador que difieren de las expectativas generales. Para un administrador, estas expectativas se relacionan con factores comunes que generan los retornos de las acciones, o con factores únicos para una empresa.

Definiremos entonces el mayor retorno obtenido de un portfolio con administración activa (*retorno activo*), como el diferencial de:

$$\text{Retorno Activo} = R_P - R_B$$

donde:

$R_P$  = retorno del portfolio p.

$R_B$  = retorno del portfolio benchmark.

Con un modelo de factores, podemos analizar el retorno activo de un portfolio, como la suma de dos componentes. El primer componente es el producto entre la sensibilidad de los factores de retorno activos (preferidos por el administrador de portfolio) y los factores de retorno.

El segundo componente es la parte del retorno activo que refleja las habilidades del administrador en la selección de instrumentos individuales, que llamaremos componente selección de instrumentos.

Entonces:

$$\text{Retorno Activo} = \sum_{j=1}^k \left[ \left( \text{sensibilidad portflío}_j - \text{sensibilidad benchmark}_j \right) \times \text{Factores\_Re torno} + \text{Selección\_Instrumentos} \right]$$

### 3.5.2 Análisis de las Fuentes de Riesgo

Complementando el análisis de la sección anterior, veremos ahora las fuentes de riesgo asociadas con el retorno activo definido previamente. Definiremos el término **riesgo activo**, como la desviación estándar de los *retornos activos*.

Por otra parte, definiremos el concepto riesgo incremental como:

$$TE = s(R_p - R_B)$$

El término TE se entenderá como el riesgo activo (incremental) de un portfolio en relación a un portfolio benchmark, y se calcula como la desviación estándar muestral de las diferencias entre el retorno del portfolio y el benchmark. Un sinónimo de este concepto es Tracking Error.

## 4. VALORACION DE ACTIVOS INTERNACIONALES

### INTRODUCCION

En esta sección se revisan las implicancias en la conformación de portfolios y su valor por efecto de la valoración de activos internacionales. Al respecto, surgen diversas interrogantes como por ejemplo: ¿Qué sucedería si todos los inversionistas diversificaran sus portfolios internacionalmente? ¿Cuáles serían los precios de dichos activos con equilibrio de mercado? ¿Qué tipos de riesgo deberían ser compensados en el mercado? ¿El riesgo de cambio de divisas sería compensado y cuál sería la estrategia óptima de cobertura cambiaria? Para responder estas interrogantes se requiere analizar la estructura de equilibrio de mercados que se presenta a continuación.

#### 4.1 Eficiencia de Mercados Internacionales

La noción de mercados eficientes es fundamental en teoría financiera. En un mercado eficiente, cualquier nueva información disponible se reflejará inmediatamente en los precios de los activos; de igual forma, la información pasada ya está incorporada en el precio actual de los activos y sólo nueva información, no anticipada, podría provocar un cambio en el precio futuro de los activos.

En mercados eficientes, un inversionista típico considerará el precio de un activo que refleje su verdadero *valor fundamental* en todo momento. El valor fundamental significa que en

cada momento del tiempo, cada activo tiene un **valor intrínseco**, que todos los inversionistas tratan de alcanzar.

Como el verdadero valor fundamental es desconocido, la única forma de probar la eficiencia de los mercados es detectar si alguna noticia específica no está todavía incorporada en el precio de un activo, y podría por tanto ser utilizada para lograr una ganancia anormal en el futuro.

Aunque muchos mercados nacionales pueden ser bastante eficientes, ya que resulta difícil superar el desempeño de un índice local, la interrogante que permanece es la eficiencia de mercados internacionales. El asunto fundamental de mercados eficientes a nivel internacional es visto frecuentemente en términos de segmentación o integración de estos mercados.

Un mercado financiero mundial integrado lograría eficiencia internacional si es que los flujos de capitales entre los mercados pudiesen tomar ventaja instantáneamente de cualquier nueva información a través del mundo.

Ahora bien, la discusión entre integración y segmentación involucra dos diferentes conceptos:

- El primer concepto tiene que ver con impedimentos a la movilidad de capitales. Esto implica determinar si hay restricciones legales u otras limitaciones que segmenten un mercado nacional de otros mercados.
- El segundo concepto tiene que ver con la valoración de activos internacionales. Esto implica determinar si activos similares son valorados de la misma forma en diferentes mercados nacionales.

Es reconocido generalmente que los mercados internacionales son no integrados, pero sí segmentados, debido esto a diversas limitaciones con la movilidad de capitales. Aunque cada mercado nacional puede ser eficiente, numerosos factores pueden limitar que los flujos de capital internacionales tomen ventaja de distorsiones en precios relativos entre países, las que a continuación se enuncian brevemente:

- Barreras psicológicas. La no familiaridad con mercados externos, el lenguaje, fuentes de información, etc., pueden desalentar la inversión externa.
- Restricciones legales. Los inversionistas institucionales frecuentemente están limitados en las inversiones en el exterior. Asimismo, algunos mercados nacionales regulan los flujos de inversión externa desde y hacia sus mercados.
- Costos de transacción. Los costos para inversiones externas pueden ser mayores que para inversiones nacionales. Esto, porque hay costos de transacción internacionales, comisiones de administración y costos por servicios de custodia de valores.

- **Tributación diferenciada.** Las inversiones externas podrían tener tasas impositivas más altas que las inversiones nacionales. Los impuestos retenidos podrían significar una doble tributación.
- **Riesgos políticos.** Los riesgos políticos podrían implicar la prohibición de repatriar las utilidades o el capital invertido desde un país extranjero. Aunque este riesgo es muy pequeño en los grandes mercados, la pérdida potencial asociada es bastante grande.
- **Riesgo de cambio de monedas.** Las inversiones externas están expuestas a cambios en los mercados locales y a variaciones inesperadas en los tipos de cambio externos. El riesgo de cambio en las divisas externas, es el riesgo que la moneda externa se deprecie o que la moneda local se aprecie durante el período que un inversionista mantiene sus inversiones nominadas en la moneda externa.

Todos estos factores tienden a reducir los flujos de capital internacionales y segmentar los mercados nacionales. Este efecto es más evidente en los mercados emergentes, en los cuales las restricciones a la inversión externa son bastante fuertes.

Sin embargo, para la integración internacional sólo se requieren flujos de capital suficientes que conduzcan a mercados mundiales eficientes y que eliminen las distorsiones de precios relativos entre países.

Para una comprensión significativa de la segmentación de los mercados, a continuación se presentan algunos modelos de valoración de activos.

## **4.2 Teoría de Valoración de Activos**

### **4.2.1 El Modelo de Valoración de Activos de Capital local**

La teoría moderna de portfolios ha propuesto modelos de valoración de activos en mercados completamente eficientes. Todos estos modelos intentan determinar cuál sería el retorno esperado de un activo dado el riesgo asumido por el inversionista. El equilibrio de mercado requiere que el retorno esperado sea igual a la tasa libre de riesgo más un premio por riesgo, que compense las diversas fuentes de riesgo asumidas por el inversionista. El mayor desafío es determinar las medidas relevantes de riesgo, así como la magnitud del premio asociado. El modelo de valoración de activos de capital (CAPM) es el primer modelo bien conocido de equilibrio de mercado. Pero como la realidad de los mercados internacionales es extremadamente compleja, lo que implica un gran número de activos y fuentes de incertidumbre, el objetivo del modelo es proporcionar una visión simplificada del mundo reflejando los principales aspectos de la realidad.

El CAPM local (estándar) está estructurado sobre supuestos suficientemente restrictivos acerca de las preferencias del inversionista. Muchos de estos supuestos pueden ser relajados en algunas ocasiones, originando más complejas y menos operacionales versiones del modelo.

Los supuestos del CAPM estándar son los siguientes:

- Los inversionistas tienen preferencias sobre riesgo y retorno. Ellos son aversos al riesgo, y prefieren menos riesgo y más retorno esperado.
- Hay consenso entre todos los inversionistas sobre los retornos esperados y riesgos de todos los activos.
- Los inversionistas esperan retornos nominales en su moneda local.
- Existe una tasa de interés libre de riesgo y se puede prestar o pedir prestado a esta tasa.
- No hay costos de transacción o impuestos.

En el CAPM todos los inversionistas determinan su demanda por cada activo por una optimización en media-varianza. Luego, las demandas de cada inversionista son agregadas y se igualan con la oferta agregada de los activos, lo que representa su capitalización de mercado. La oferta neta de ahorros y préstamos a la tasa libre de riesgos se supone igual a cero.

Surgen entonces dos conclusiones sobre el CAPM local.

**Teorema de separación.** La conclusión por norma del CAPM local es que todos los inversionistas deberían tener el mismo portfolio de activos riesgosos, y la combinación óptima de activos riesgosos puede ser separada de las preferencias del inversionista por riesgo y retorno. Este portfolio de activos riesgosos debe ser por tanto el portfolio de mercado local, conformado por todos los activos transados en proporción a su capitalización de mercado. Todos los inversionistas deberían tener una combinación de:

- El activo libre de riesgo, y
- El portfolio de mercado

**Relación riesgo-retorno.** La conclusión descriptiva del CAPM es que el retorno esperado de equilibrio de un activo debería ser igual a la tasa libre de riesgo más un premio por riesgo proporcional a la covarianza del retorno del activo con el retorno del portfolio de mercado.

Entonces:

$$E(R_i) = R_0 + \beta_i * RP_m$$

donde :

$E(R_i)$  = retorno esperado del activo i.

$R_0$  = tasa de interés libre de riesgo.

$\beta_i$  = sensibilidad del activo i a los movimientos del mercado.

$RP_m$  = es el premio por riesgo de mercado.

La beta promedio de todos los activos es igual a 1 (la beta del portfollio de mercado). Activos con un beta mayor a 1 son más sensibles a los movimientos del mercado, y deberían por lo tanto otorgar un retorno esperado más alto que otros activos con una beta inferior. Los inversionistas deberían considerar sólo beta de un activo y no el riesgo total. En un contexto internacional, el CAPM local implica que todos los activos locales deberían ser valorados en función con su riesgo relativo al mercado nacional.

Aún cuando una empresa tenga amplias operaciones extranjeras, su riesgo internacional no debería ser tomado en cuenta específicamente.

#### 4.2.2 Retorno de Activos y movimientos del Tipo de Cambio

Cuando se expande el universo de inversiones para incluir activos internacionales, la moneda utilizada para medir los retornos se convierte en un punto esencial. Consideremos un inversionista que utiliza su moneda local (DC) para medir los retornos de algunos activos externos en moneda extranjera (FC). Sea  $S$  el tipo de cambio directo entre las dos monedas;  $S$  unidades de DC por una unidad de FC. Sea  $V$ , el valor de los activos (acciones de una empresa extranjera por ejemplo), expresado en moneda local DC. Sea  $V^{FC}$  el valor de las acciones de la empresa externa en la moneda extranjera FC.

Entonces:

$$V = V^{FC} * S$$

Es decir, el valor de las acciones de la empresa externa es igual a su valor en moneda extranjera, multiplicado por el tipo de cambio corriente entre las dos monedas.

Al utilizar la ecuación anterior para un simple cálculo de retornos desde el tiempo 0 al tiempo 1, se observa que la tasa de retorno neta en moneda local de una inversión en acciones de la empresa externa es  $R = (V_1 - V_0) / V_0$ , y es igual a la tasa de retorno en moneda extranjera  $R^{FC} = (V_1^{FC} - V_0^{FC}) / V_0^{FC}$ , más el porcentaje de variación del tipo de cambio  $s = (S_1 - S_0) / S_0$ , más el producto entre  $R^{FC}$  y  $s$ .

Este último término resulta del hecho que las variaciones en el tipo de cambio se aplican tanto al valor original de las acciones en moneda extranjera  $V_0^{FC}$ , como a las ganancias o pérdidas de capital en esta moneda,  $R^{FC}$ .

Entonces:

$$R = R^{FC} + s + (s * R^{FC})$$

El último término de la ecuación anterior se asume como despreciable para períodos muy cortos de tiempo, por lo que:

$$R = R^{FC} + s$$

Alternativamente, los inversionistas pueden tomar cobertura de riesgo de divisas, al tipo de cambio futuro de mercado o *forward*. El tipo de cambio forward fijado hoy para un período posterior será  $F$  unidades de DC por una unidad de FC. Un cien por ciento de cobertura implicaría la compraventa por parte del inversionista del tipo de cambio forward en cantidad de  $V_1^{FC}$ . Asimismo, el inversionista sabría con certeza al comienzo del período qué tipo de cambio será utilizado al final del período. De esta forma, en la ecuación anterior se reemplaza  $F$  por  $S_1$  y los retornos en moneda local de la inversión en acciones de la empresa externa serán ahora (medidos como retornos con cobertura):

$$R = R^{FC} + (F - S_0) / S_0$$

El término  $(F - S_0) / S_0$ , llamado premio de descuento forward, es completamente conocido por el inversionista al comienzo del período.

En términos de retornos esperados, el retorno sin cobertura en moneda local está dado por:

$$E(R) = E(R^{FC}) + E(s) = E(R^{FC}) + [E(S_1) - S_0] / S_0$$

mientras que el retorno esperado en moneda local de una inversión con cobertura está dado por:

$$E(R) = E(R^{FC}) + (F - S_0) / S_0$$

### 4.2.3 El CAPM local extendido en un contexto internacional

La extensión del CAPM local en un contexto internacional sólo se puede fundamentar con la agregación de dos supuestos ideales:

- Los inversionistas a través del mundo tienen idénticas preferencias individuales de canastas de consumo.
- Los precios reales de los bienes de consumo son idénticos en cada país. Esto significa que la paridad del poder de compra se mantiene constante en cualquier momento del tiempo.

En este tipo de mundo perfecto, los tipos de cambio simplemente reflejarían los diferenciales de inflación entre dos países. La incertidumbre en los tipos de cambio sólo sería ilusión monetaria. El tipo de cambio real será definido como el tipo de cambio corriente multiplicado por la razón de niveles de precios de canastas de consumo en dos países.

Con tipos de cambio corrientes, la relación entre el tipo de cambio real y nominal es:

$$X = S * (P_{FC} / P_{DC})$$

donde:

X = tipo de cambio real

S= tipo de cambio nominal

P<sub>FC</sub> = nivel de precios país extranjero.

P<sub>DC</sub> = nivel de precios nacional

Las variaciones en el tipo de cambio real son definidas como movimientos en el tipo de cambio que no son explicados por el diferencial de inflación entre los dos países.

Al reescribir la ecuación anterior en términos de cambios porcentuales en un período de tiempo se tiene:

$$x = s + I_{FC} - I_{DC} = s - (I_{DC} - I_{FC})$$

Donde x y s son los porcentajes de variación de los tipos de cambio real y nominal. I<sub>DC</sub>, I<sub>FC</sub>, son los porcentajes de inflación nacional y extranjera respectivamente.

Si la paridad del poder de compra se mantiene constante, el tipo de cambio real es constante (x= 0%), y la variación en el tipo de cambio nominal (DC/FC) es igual al diferencial de tasa de inflación (inflación domestica menos inflación externa).

#### 4.2.4 CAPM Internacional

Con desviaciones de la paridad del poder de compra como principal fuente de variaciones del tipo de cambio y con preferencias por consumo que difieran entre países, se tiene en estos casos que surge el riesgo de que el precio real de los bienes de consumo no sería idéntico en cada país, lo que se denomina *riesgo real de la divisa externa, riesgo real del tipo de cambio o riesgo del poder de compra*.

En el mundo real, movimientos diarios en el tipo de cambio son volátiles y no pueden ser simplemente explicados por un ajuste de la inflación diaria. Ya que las tasas de inflación son bastante estables, comparado con el retorno de los activos y las variaciones del tipo de cambio, mucha sino toda la variabilidad de corto plazo del tipo de cambio, puede ser asociada al riesgo real de la divisa externa. Los inversionistas querrán entonces cubrirse contra el riesgo real del tipo de cambio. Un CAPM internacional (IPCAM), puede ser estructurado bajo el supuesto que los residentes de un país, asumirán los riesgos y retornos medidos en su moneda local. Para efectuar lo anterior, revisaremos los conceptos siguientes:

**Paridad de tasa de Interés (IRP).** La paridad en tasas de interés surge de la capacidad de replicar contratos futuros (forward) de monedas. En un mundo con riesgo de divisas extranjeras y con CAPM Internacional, encontraremos premios por riesgo de las divisas externas. Estos premios por riesgo serán definidos en relación con los movimientos en el tipo de cambio implícito en las condiciones de paridad.

Entonces con tipos de cambio corrientes, la paridad de tasa de interés (IRP), se define por:

$$F = S(1 + r_{DC}) / (1 + r_{FC})$$

donde:

F = tipo de cambio forward corriente  
 S = tipo de cambio corriente actual (spot)  
 $r_{DC}$  = tasa libre de riesgo local  
 $r_{FC}$  = tasa libre de riesgo externa

Como una aproximación lineal de primer orden, el porcentaje de premio forward del tipo de cambio debe ser igual a la tasa libre de riesgo local menos la tasa libre de riesgo externa, esto es:

$$(F - S) / S \cong r_{DC} - r_{FC}$$

**Premio por riesgo de la divisa externa o del tipo de cambio.** Recordando que el premio por riesgo de cualquier inversión es igual al retorno esperado en exceso sobre la tasa libre de riesgo, es decir:

$$RP = E(R) - R_0$$

entonces, si alguien invierte en moneda extranjera, intercambiará la moneda local por la divisa externa e invertirá a la tasa libre de riesgo externa. Así, el retorno esperado en moneda local de la inversión en moneda extranjera será igual a la tasa libre de riesgo externa más el porcentaje de variación esperada del tipo de cambio.

El premio por riesgo de la divisa externa (SRP) se define como el retorno esperado de una inversión, menos la tasa libre de riesgo local. En consecuencia, el premio por riesgo de la divisa externa es igual a la variación esperada en el tipo de cambio, menos el diferencial de tasas de interés (tasa libre de riesgo local menos tasa libre de riesgo externa).

$$SRP = E[(S_1 - S_0) / S_0] - (r_{DC} - r_{FC}) = E(s) - (r_{DC} - r_{FC})$$

Al utilizar la aproximación del diferencial de tasa de interés como igual al porcentaje de premio forward del tipo de cambio;  $(F-S)/S =$  diferencial de tasas, el premio por riesgo de la divisa externa se puede expresar como el cociente entre la diferencia entre el tipo de cambio esperado y el tipo de cambio forward, y el tipo de cambio corriente. Esto es:

$$SRP = [E(S_1) - F] / S_0$$

**Relación Riesgo- Retorno.** Una conclusión general del CAPM Internacional es sobre la relación riesgo-retorno de equilibrio que es más compleja que en el CAPM local, en el cual el retorno esperado de cualquier activo es simplemente una función de su covarianza con el portfolio de mercado local. Pero con la existencia de riesgo de tipo de cambio, premios por riesgo adicionales deben ser agregados a la relación riesgo-retorno para poder así

reflejar la covarianza del activo con variados tipos de cambio. Si hay  $k+1$  países, habrá  $k$  adicionales premios por riesgo de cambio de divisas. Por tanto, el retorno esperado de un activo dependerá del premio por riesgo de mercado más varios premios por riesgo del tipo de cambio externo. Esto es:

$$E(R_i) = R_0 + \beta_{iw} + RP_w + \gamma_{i1} * SRP_1 + \gamma_{i2} * SRP_2 + \dots + \gamma_{ik} * SRP_k$$

donde:

$R_0$  = tasa de interés libre de riesgo local.

$\beta_{iw}$  = la sensibilidad del retorno del activo  $i$  en moneda local a los movimientos del mercado.

$RP_w$  = es el premio por riesgo del mercado mundial, igual a  $E(R_w) - R_0$

$\gamma_{i1}, \dots, \gamma_{ik}$  = exposiciones a los tipos de cambio, las sensibilidades del retorno del activo  $i$  en moneda local, a las variaciones de los tipos de cambio 1 a  $k$ .

$SRP_1, \dots, SRP_k$ , = premios por riesgo del tipo de cambio de las divisas 1 a la  $k$ .

La ecuación anterior indica que el retorno de una inversión externa en moneda local es igual a la tasa libre de riesgo local, más un premio por riesgo del mercado mundial por la sensibilidad del retorno del activo al mercado mundial, más el premio por riesgo de los tipos de cambio externos por la sensibilidad de los retornos del activo a las variaciones de los tipos de cambio.

Para un activo que no está correlacionado con los diversos tipos de cambio, o que está cubierto óptimamente contra el riesgo de variación de divisas, el CAPM tradicional es aplicable con un único premio por riesgo de mercado, en función de la covarianza del activo con el portfolio de mercado mundial. De esta forma, el tradicional CAPM sería aplicable sólo a activos o portfolios con cobertura perfecta contra el riesgo de variaciones de los tipos de cambio.

El IPCAM difiere por tanto del CAPM local en dos aspectos esenciales: primero, el riesgo de mercado relevante es el del mercado mundial (y no el del mercado local), y segundo, premios por riesgo adicionales están asociados a la sensibilidad de un activo a los movimientos de los tipos de cambio. Las diferentes exposiciones a tipos de cambio de los activos individuales deberían reflejarse en diferentes retornos esperados.

#### 4.2.5 Imperfecciones de Mercado y Segmentación

La relación de valoración de activos internacional descrita anteriormente se aplica a todos los activos sólo en un mercado de capitales mundial integrado. Los mercados financieros son segmentados si es que los activos que tienen las mismas características de riesgo, pero que son transados en dos diferentes mercados, tienen diferentes retornos esperados. En muchos países, diversos tipos de inversionistas institucionales enfrentan fuertes restricciones legales sobre sus inversiones internacionales. Como ejemplo, se tiene el caso de los fondos de pensiones o compañías de seguros, que tienen pasivos nominados en su moneda local, y que están regulados para invertir en activos nominados en la misma moneda.

Si la cobertura por tipos de cambio no está disponible, ya sea operativa o legalmente, la relación de valoración de activos ya no es cierta. Además, limitaciones reglamentarias, riesgos expropiatorios, impuestos diferenciados y mayores costos de inversión, inducen a los inversionistas locales a subinvertir en activos internacionales, comparado con el portfolio de mercado mundial. El argumento de ventaja comparativa internacional en mercados imperfectos podría darse para una firma específica; los inversionistas preferirían empresas extranjeras que no estuviesen establecidas en diferentes lugares del mundo, sino sólo en un país específico, y evitarían además, inversiones en empresas demasiado sensibles a intereses nacionales.

Si todos estos impedimentos a inversiones internacionales son significativos, entonces la estrategia de compra en el mercado internacional no es recomendable. Aunque esto no implica que los inversionistas evitasen siempre las inversiones externas, los costos adicionales y riesgo de las inversiones extranjeras pueden provocar segmentación de los mercados y afectar la valoración de los activos.

### 4.3 IMPLICACIONES PRÁCTICAS

#### Un enfoque global de la Valoración de Equilibrio

El ICAPM entrega útiles proyecciones sobre los precios de los activos en un mercado mundial eficiente de capitales y con ausencia de información privilegiada. Este modelo propone una estructura simplificada para una administración de activos global, un benchmark o estrategia de administración pasiva.

Algunas implicancias prácticas del ICAPM, respecto a ciertas variables, son las siguientes:

**Sobre Cobertura Cambiaria.** El ICAPM concluye que todos los inversionistas deberían tener el mismo portfolio riesgoso y con la misma cobertura por tipos de cambio.

Por tanto, inversionistas de Francia y Estados Unidos, por ejemplo, deberían tener la misma razón de cobertura para sus inversiones en China. Sin embargo, en la práctica los inversionistas tienden a subestimar las inversiones externas por limitaciones de cada país a la inversión extranjera. Por tanto, con imperfecciones de los mercados mundiales, las razones de cobertura cambiaria de portfolios no serán siempre iguales para todos los inversionistas.

**Sobre los Retornos Esperados.** La ecuación del ICAPM que determina el retorno esperado de un activo o inversión externa en función del premio por riesgo del mercado mundial, más varios premios por riesgo por variaciones de los tipos de cambio, se establece en condiciones de mercados globales. Esto permite cuantificar los premios por riesgo para cada activo. Entonces, para utilizar la ecuación del ICAPM, es necesario estimar dos tipos de variables:

- la exposición de cada activo al mercado y a los tipos de cambio.

- Los premios por riesgo por el mercado global y por las variaciones en los tipos de cambio.

Estimar un premio por riesgo de mercado es una tarea usual en la administración de portafolios. Sin embargo, la estimación de premios por riesgo por variación en los tipos de cambio resulta una tarea más difícil al darse valores positivos, negativos o valores inestables en el tiempo, de los referidos premios. Por otra parte, las estimaciones del ICAM dependen del horizonte de inversión. Por lo tanto, una estimación de premios por riesgo de largo plazo sólo se realiza para clases de activos o mercados nacionales, y no para activos individuales, ya que activos incluidos dentro de una misma clase tienden a ser valorados en relación a cada uno de los activos de dicha clase.

## **5. LAS MEDIDAS DE RIESGO Y SUS PROBLEMAS**

### **5.1 Problemas conceptuales del VaR**

Value-at-Risk (VaR) es una medida de riesgo muy popular que ha alcanzado un alto status entre los agentes reguladores. Sin embargo, el cálculo del VaR es difícil de optimizar y el resultado es inestable cuando la distribución de probabilidades de la función a maximizar no está distribuida como normal. La no normalidad es bastante probable de esperar, puesto que las pérdidas tienden a mostrar valores discretos y fat tails. Desde el punto de vista teórico, VaR no es una medida coherente de riesgo.

Se ha formulado una medida alternativa para calcular el riesgo llamada Condicional Value-at-Risk (CVaR). En términos simples, se puede definir CVaR como la pérdida promedio condicional a que se exceda al VaR. Esta medida es superior respecto de VaR en varios aspectos. En primer lugar, CVaR es una medida coherente de riesgo. Bajo esta medida, el riesgo de dos o más activos es menor que la suma de los riesgos individuales. En segundo lugar, CVaR es una medida de riesgo más estable al tomar en cuenta la distribución de pérdidas más allá de VaR, es decir los fat tails. La optimización de CVaR coincide con la obtención de un VaR pequeño. Esta optimización del CVaR es equivalente a la obtención de un portafolio de varianza mínima de Markowitz si es que las distribuciones de los riesgos son normales. Del mismo modo, si las distribuciones son normales, la minimización del CVaR arroja también la del VaR mínimo.

Encontrar el portafolio de óptimo CVaR para una cartera de activos riesgosos requiere de técnicas de programación estocástica que derivan normalmente en algoritmos de programación matemática de gran escala. La técnica que se utiliza para llevar a cabo el cálculo de CVaR se basa en aquella desarrollada por T. Rockafellar y S. Uryasev (2000) para funciones de pérdidas continuas. Los mismos autores extendieron el método a funciones discontinuas. En tales artículos se demostró la efectividad numérica de la técnica. Otros autores, como Krokmal et al. (2002) han seguido desarrollado esta técnica para minimizar CVaR sujeto a restricciones sobre el retorno esperado o bien la maximización del retorno esperado sujeto a restricciones sobre el CVaR.

En cuanto a la gran popularidad de VaR, ésta es atribuible a su relativa simpleza de cálculo y facilidad de interpretación. Sin embargo, Artzner et al. (1999) plantearon problemas conceptuales de esta medida. Supongamos que el propósito de la medida de riesgo es

definir el capital requerido para realizar una cierta actividad. Una característica razonable de una buena medida de riesgo es subaditividad, esto es, la medida de riesgo para dos actividades combinadas debería ser menor que la suma de las dos actividades por separado.

Supongamos que  $\rho(X)$  es la medida de riesgo asociada con la actividad X, la que define el monto de capital requerido.

Entonces  $\rho$  es subaditiva si para dos actividades X e Y se cumple que:

$$\rho(X + Y) < \rho(X) + \rho(Y).$$

Al combinar las actividades, se espera que el riesgo se diversifique, es decir el capital requerido debería ser menor en el caso en que ambas actividades se combinen en comparación a si ambas actividades están separadas. Por lo tanto, si los requerimientos de capital son impuestos usando una medida de riesgo que no es subaditiva, las empresas podrían reducir el capital requerido subdividiendo sus actividades.

En resumen, la crítica fundamental que se hace a la medida de riesgo VaR es que no satisface el requisito de subaditividad que es satisfecho por la medida CVaR.

## 5.2 Un Modelo General de CVaR

Supongamos que  $x$  es un portafolio particular<sup>2</sup>. Es esperable que el portafolio  $x$  tenga un comportamiento aleatorio. En particular la pérdida de retorno denotada por la función  $f(x)$  es aleatoria porque no sólo depende de la decisión del portafolio  $x$  sino también de la «acción» de la naturaleza.

Supongamos un portafolio cualquiera  $x$  y un nivel de probabilidad  $\beta$  (por ejemplo 5%). La probabilidad de que la pérdida del portafolio  $x$  exceda el nivel  $\alpha$  se puede expresar así:

$$P(f(x) \geq \alpha)$$

Se define Value-at-Risk del portafolio  $x$  a un nivel de probabilidad  $\beta$  (lo denotamos por  $VaR(x)$ ) al valor de la pérdida más pequeña tal que la probabilidad de esa pérdida sea igual o inferior a  $\beta$ , es decir

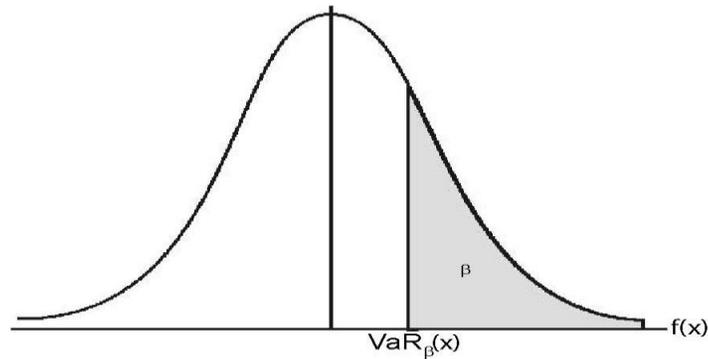
$$VaR_{\beta}(x) = \min_{\alpha} \{ \alpha : P(f(x) \geq \alpha) \leq \beta \}$$

El valor de Value-at-Risk para un portafolio  $x$  y un nivel de probabilidad  $\beta$  se muestra en la siguiente figura:

---

<sup>2</sup> Típicamente  $x$  toma la forma de un vector  $(x_1, \dots, x_n)^T$  cuando se trata de  $n$  portafolios disponibles. Al vector se le exige que  $x_1 + \dots + x_n = 1$  y  $x_j \geq 0$  con  $j = 1, \dots, n$ . Al conjunto de vectores no negativos cuyos elementos suman 1 lo denotamos por  $M_n$ .

Figura 10



El problema de encontrar el portafolio óptimo,  $\bar{x}$ , que minimice el VaR a un nivel de probabilidad  $\beta$  se puede formular entonces como sigue:

$$VaR_{\beta}(\bar{x}) = \min\{VaR_{\beta}(x) : x \in M_n\}$$

Afortunadamente, la comprensión de Condicional Value-at-Risk es relativamente simple si entendemos el concepto de VaR.

Supongamos nuevamente un portafolio cualquiera  $x$  y un nivel de probabilidades  $\beta$ . CVaR se define como el valor esperado de la pérdida dado que la probabilidad de que esa pérdida supere a VaR sea menor o igual a  $\beta$ . Esto se puede expresar matemáticamente así:

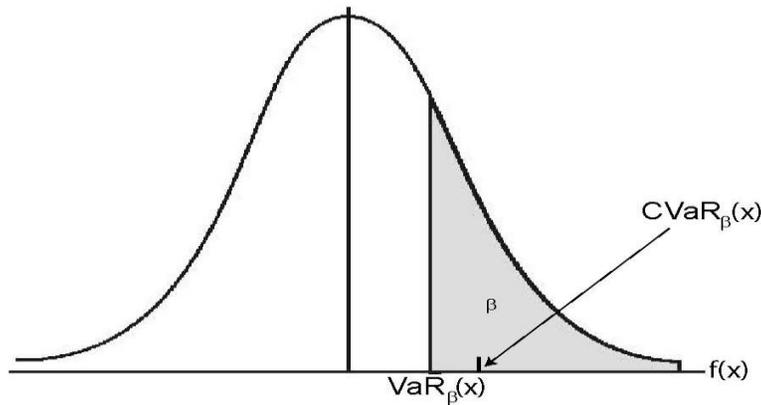
$$CVaR_{\beta}(x) = \{Ef(x) : P(f(x) \geq VaR_{\beta}(x)) \leq \beta\}$$

Como en el caso de la optimización del VaR, el problema que debemos resolver es, dado un nivel de probabilidades  $\beta$ , encontrar el portafolio óptimo  $x$  tal que minimice el CVaR $_{\beta}$ , es decir

$$CVaR_{\beta}(\bar{x}) = \min\{CVaR_{\beta}(x) : x \in M_n\}$$

La siguiente figura ilustra el concepto:

**Figura 11**



Para resolver este problema de optimización recurrimos a técnicas de programación estocástica que permiten modelar fenómenos de optimización con parámetros estocásticos. T. Rockafellar y S. Uryasev en (2000 y 2002) desarrollaron un método que resuelve el problema con técnicas de programación lineal, cuyos algoritmos de solución son relativamente simples de usar. Nosotros implementamos este modelo de manera computacional, resolviéndolo numéricamente.

### 5.3 Optimización de CVaR

El proceso de optimización del CVaR considera el caso en que el vector de decisiones  $x$  representa un portafolio de  $n$  instrumentos financieros  $x = (x_1, \dots, x_n)$ , donde cada  $x_j$  es verdadero cuando  $x_j \geq 0$  y cuando  $\sum_{j=1}^n x_j = 1$ . Además, se denota a  $y_j$  como el retorno del instrumento financiero  $j$  el cual es parte del vector aleatorio  $y = (y_1, \dots, y_n)$ . La variable aleatoria  $y$  tiene una densidad  $p$ . El retorno de un portafolio  $x$  es la suma de los retornos individuales de acuerdo a los pesos relativos (ponderaciones)  $x_j$ .

La pérdida está definida entonces como:

$$f(x, y) = -(x_1 y_1 + \dots + x_n y_n) = -x^T y.$$

Así, la función  $F$ , la cual minimiza  $\beta$ -CVaR puede expresarse como:

$$F_\beta(x, \alpha) = \alpha + (1 - \beta)^{-1} \int_{y \in \mathcal{Y}_m} \max\{-x^T y - \alpha, 0\} p(y) dy.$$

Numéricamente se debe aproximar  $F$  a la muestra  $\tilde{y}_1, \dots, \tilde{y}_q$ , donde cada vector  $\tilde{y}_j$  es de  $n$  dimensiones y  $q$  escenarios deben generarse.

Así,  $F$  puede ser aproximado por  $eF$ , dado que

$$eF_\beta(x, \alpha) = \alpha + \{1 / q(1 - \beta)\} \sum_{k=1}^q \max\{-x^T \tilde{y}_k - \alpha, 0\}.$$

La minimización  $eF$  sobre  $(x, \alpha)$  es una solución aproximada de la minimización de  $F$  sobre  $(x, \alpha)$ .

Para resolver el problema como un programa lineal, la variable auxiliary  $u_k \geq 0$  se define con  $k = 1, \dots, q$ . Así el problema a resolver es:

$$\min(\alpha + \{1/q(1 - \beta)\} \sum_k u_k : x^T y_k + \alpha + u_k \geq 0, u_k \geq 0, \alpha \in \mathbb{R})$$

Debe notarse que el problema de programación lineal no depende de una distribución especial tal como una distribución normal. El procedimiento es válido también para especulaciones de distribuciones no normales.

La optimización del CVaR debe considerar los distintos vértices de riesgo que el regulador ha estimado conveniente para las inversiones de las carteras de inversiones.

El modelo a correr en el proceso de optimización debería, por lo general, tomar en cuenta un nivel de probabilidad  $\beta$  de 5% y un tamaño de 20.000 datos de pérdida. Tales datos se pueden obtener mediante la generación de números aleatorios pseudorandoms de una distribución multi-normal obtenida de los datos de pérdida empíricos usando un software como Matlab.

Dado que el propósito de la optimización es aplicar la metodología de optimización de CVaR a un problema concreto, se deben estimar las varianzas y covarianzas incondicionales a pesar de que tales estimaciones pueden ser inconsistentes. Para una discusión sobre consistencia en la estimación de varianzas de portafolios en mercados emergentes se debería ver la publicación de Aranda et al. (2005).

Al momento de optimizar el CVaR se tiene como objetivo obtener un vector de ponderaciones (portafolio) que minimice la medida de riesgo VaR Condicional (CVaR) para un inversionista que opere una cartera de inversiones. Luego de obtenido tal portafolio, comparamos con el VaR y CVaR efectivo dado por el portafolio promedio de una cartera promedio similar de la industria.

Por construcción, luego de obtenido un CVaR mínimo, se obtiene adicionalmente un VaR pequeño. El portafolio óptimo será obtenido corriendo un programa de Programación Lineal Estocástico sujeto a diversas restricciones, entre ellas la de no negatividad de los ponderadores,  $x_j \geq 0$ , más ésta de que la suma de ellos sea uno,  $\sum_{j=1}^n x_j = 1$ , así como también de aquellas restricciones cuantitativas a la inversión impuestas por la regulación (vértices y límites).

Con el propósito de hacer manejable esta aplicación se deben definir los  $n$  vértices de riesgo. Cada uno de los tipos de inversiones ha sido asignado a alguno de estos vértices. Una vez definidos los vértices de riesgo, es necesario tener índices (o precios) que describan su trayectoria. Sobre la base de cada índice (o de cada precio) se obtiene la rentabilidad diaria dentro de un período de tiempo en que se base el estudio. Con las tasas de retorno diarias expresadas en pesos se debe calcular el vector de retornos medios de cada vértice y la matriz de varianzas y covarianzas, las que sirven de base para generar muestras de 20.000 números aleatorios pseudorandoms de una distribución multi-normal utilizando Matlab.

Con estas muestras aleatorias se aplica el modelo de programación lineal a ejecutar con un software de los estándares de CPLEX o Mosek. Este modelo debería correrse con un  $\beta$  de al menos un 95%.

Se debe señalar que el problema clásico de optimización de portafolio puede extenderse a programación de múltiples escenarios. El objetivo de la optimización de portafolio multi-período es determinar el portafolio óptimo dado un horizonte de inversión finito.

Después de hacer la inversión inicial en el tiempo  $t = 0$ , el portafolio podría ser reestructurado en los tiempos  $t = 1, 2, \dots, T-1$  y mejorado al final del período  $t = T$ .

Para desarrollar una optimización de portafolio multi-período, es necesario generar futuros precios en varios períodos del tiempo para los activos que conforman el portafolio. Esto puede lograrse mediante el uso de árboles de decisión.

Con lo anterior se pretende lograr un portafolio multi-período eficiente desde el punto de vista Media-CVaR, utilizando para ello una optimización de portafolio robusta.

Puede asumirse que el inversionista enfrenta un árbol de decisiones en que cada escenario es igualmente probable de acontecer, y el inversionista no tiene como escaparse de ellos. Dado estos supuestos, una estrategia racional de inversión debería incorporar la información de cada uno de los escenarios. Una propuesta para el desarrollo de la optimización es suponer una estrategia óptima robusta del peor escenario que asegure un desempeño del peor escenario y que se mejorará si es que los escenarios del peor caso no logran materializarse.

Para lograr dicha robustez en la estrategia, es aconsejable correr un modelo de CVaR utilizando una metodología de Min-Max.

## **CAPÍTULO V. MARCO CONCEPTUAL INTRODUCTORIO SOBRE EL MODELO DE CÁLCULO DE PREMIO POR LIQUIDEZ PARA EL MERCADO NACIONAL**

### **1. Premio por riesgo de liquidez (un marco introductorio)**

El premio por riesgo de liquidez puede definirse como el castigo en el precio que exige el comprador al momento de adquirir un activo para compensar el riesgo que está asumiendo en el valor de reventa. Esa dificultad se traduce en el menor precio que deberá forzosamente ofrecer en el mercado el revendedor para poder liquidarlo prontamente.

La literatura financiera ha planteado como un puzzle el diferencial de rentabilidad de los bonos corporativos. Este diferencial es una compensación por la probabilidad de impago de los bonos, pero que representa un porcentaje mucho mayor de rendimiento que lo que justifica la evidencia de pérdidas históricas de los bonos corporativos. Esto es claro para bonos con alto grado de calificación y que tienen una baja probabilidad de impago. Al contrario, los diferenciales de rendimiento son bastantes amplios. Se sabe ahora que la liquidez de los bonos corporativos varía entre distintos bonos, pero sin embargo hay poca evidencia directa sobre el efecto de la liquidez sobre el diferencial de rentabilidad de los bonos.

Hicks (1945) plantea que los agentes prefieren otorgar préstamos a corto plazo porque recibirán de vuelta el capital en un plazo menor, y por lo tanto podrán resguardarse de mejor forma en caso de que exista una urgencia de liquidez. Es por ello que para que se incentiven las colocaciones a mayor plazo y no se corra el riesgo de no tener a disposición el capital, el deudor deberá pagar una tasa de interés mayor a medida que aumenta el plazo de la colocación. He aquí el premio por liquidez.

Asimismo, se conoce poco sobre la variación en el tiempo de la liquidez de los bonos corporativos, y del premio por riesgo asociado con cambios en la liquidez a través del tiempo. En este documento se proporciona una revisión de la evidencia empírica y de algunas metodologías sobre bonos corporativos que están expuestos a shocks sistemáticos de liquidez. Así, se revisa el premio por riesgo de liquidez asociado de los bonos, y se muestra que este premio ayuda a explicar el puzzle del diferencial de rentabilidad de los bonos corporativos.

Respecto de las definiciones que existen para la liquidez, ésta se ha definido desde el punto de vista de los costos de transacción, como por ejemplo, cuando se trata del bid-ask spread, en donde dicha definición se valida, por ejemplo, cuando un inversionista exige un premio por riesgo para adoptar una posición (sea larga o corta) sobre un activo, respecto de la situación menos riesgosa de no tener semejante posición (en finanzas a esto se le llama costo de inventario). Lo anterior se complementa desde el punto de vista de que manejar ciertas posiciones de montos pueden presionar la dirección de los precios al momento de liquidarlas, o, en otros casos, cuando los market makers se enfrentan al riesgo de selección adversa que corren vis a vis del mercado.

También es posible encontrar definiciones de la liquidez desde el punto de vista de la inmediatez, las que se relacionan simplemente con la posibilidad de ejecutar una compra o venta del monto deseado, en el instante deseado, al precio de mercado.

Cuando los inversionistas se enfrentan a la situación de mantener dinero en la cuenta corriente sin recibir intereses o pueden colocarlo en un depósito a plazo u otro instrumento, generando rentabilidad, esta última opción tiene el inconveniente de que en caso de necesidad, el capital no estará disponible con sus intereses ganados y sólo se podrá recuperar el principal. De lo contrario, sólo si esperan hasta el vencimiento de la inversión, se recuperará el principal más los intereses ganados. Por lo tanto, desde el punto de vista del captador se debe incentivar a los inversionistas para que puedan decidir por el depósito a plazo. Para ello se deberá ofrecer una tasa de interés tal que los haga incurrir en el riesgo de no tener el capital disponible durante el periodo. Mientras mayor sea el plazo de la inversión mayor deberá ser la tasa que se deba pagar al inversionista para incentivarlo. En términos simples, ese delta en la tasa es el premio por liquidez.

Por otra parte, se sabe que los swaps de tasas de interés son contratos que establecen intercambios periódicos de tasa de interés fija contra tasa de interés variable. Éstos son utilizados en el mercado con fines de cobertura, especulación o medición de riesgo. Esa cualidad, y la derivación de las tasas forward son las que se explotan en el mundo de las finanzas y en los mercados financieros. Estos instrumentos swaps consisten en un contrato sobre un monto notional. Es decir, no hay existe el traspaso de capital en ningún momento del transcurso del contrato, ni antes ni después. Por lo tanto, en un contrato swap las partes acuerdan pagar tasa de interés fija y recibir tasa variable, o vice-versa, y por lo tanto, sólo se compensa periódicamente por diferencial de intereses. Ahora bien, este diferencial de intereses esperados respecto del capital notional es tan marginal, que el mercado transa este producto como si el premio por liquidez fuese cero. Por lo tanto, en este producto, y para efectos de pricing de mercado, podría asumirse de que no hay compromiso de liquidez.

Una idea respecto de dónde obtener ese premio por liquidez puede provenir simplemente del diferencial entre los swaps y los bonos corporativos de largo plazo (cinco a diez años), o en su defecto, desde el spread proveniente entre los swaps y los depósitos bancarios (aún cuando, éstos últimos por lo general no tienen un vencimiento más allá de un año)<sup>3</sup>. Por lo tanto, se podría deducir desde el diferencial de precios de estos instrumentos aquel premio de liquidez que se desea encontrar.

Siguiendo a Alarcón y Bernier (2009), hay que considerar que el swap spread se define como la diferencia entre la tasa o rendimiento de un swap de tasa de interés — como, por ejemplo, un Swap Promedio de Cámara (SPC) y la tasa o rendimiento de un bono que, por lo general, es libre de riesgo. La literatura de swap spread (Lang, Litzenberger y Luchuan - 1998-) señala que el nivel de este indicador se encuentra influido por cambios en la demanda relativa por instrumentos de cobertura (swaps, por ejemplo), por el spread de bonos corporativos y por el ciclo económico. Duffie y Singleton (1997) muestran que la variación del swap spread es atribuible al riesgo de crédito y de liquidez. Asimismo, Liu, Longstaff y Mandell (2002) concluyen que la mayor parte de la volatilidad del swap spread está asociada con cambios en el premio por liquidez de los bonos libres de riesgo (treasuries). En el caso específico del swap spread del mercado de renta fija de Chile, éste

---

<sup>3</sup> El diferencial también podría obtenerse a partir de los datos que se reportan para los instrumentos libres de riesgo emitidos por el Banco Central o por la Tesorería General de la República (y no así desde los swaps bancarios). No obstante, en el último tiempo se ha visto que en Chile, el swap spread (diferencia entre las tasas swaps y las tasas exigidas a los instrumentos libres de riesgo) ha sido negativo, es decir, las tasas libres de riesgo son mayores a las tasas de contratos swaps.

se determina como la diferencia entre la tasa de un SPC y la tasa de un bono emitido por el Banco Central de Chile para un período similar. Se distinguen dos categorías de swap spread: nominales y reales.

Si las tasas SPC son inferiores a las tasas de los bonos para un período de  $t$  años, el swap spread será negativo. En caso contrario será positivo. Dado que las tasas BCP y BCU son libres de riesgo y las de los SPC no lo son, los swap spreads deberían tender a valores positivos en el tiempo, y su magnitud debería aproximarse a lo que se estime como riesgo sistémico de los participantes del mercado (mayoritariamente bancos). Sin embargo, para el caso de Chile se ha visto que las relaciones anteriores han sido válidas para los períodos anteriores a diciembre del 2007, tanto en los swap spread en UF como en los nominales. Pero para los períodos posteriores se observa un descenso importante en los swap spread en UF (existe un swap spread negativo), lo que no ha sido acompañado con la misma magnitud y temporalidad en los swap spread nominales. El fenómeno antes descrito coincide temporalmente con la divergencia entre las Compensaciones Inflacionarias<sup>4</sup> SPC y las Compensaciones Inflacionarias de bonos, y sugiere que la causa de las mayores Compensaciones Inflacionarias SPC sobre las Compensaciones Inflacionarias de bonos se encuentra en el elevado nivel relativo de las tasas BCU respecto de las SPC UF.

Respecto de tener un swap spread negativo, existen diversos factores en el mercado que podrían alterar el spread teórico de equilibrio, tales como cambios en la oferta relativa de papeles (nominales versus UF), la mayor o menor liquidez relativa de algunos instrumentos (elasticidad precio), cambios en la demanda o la mayor flexibilidad de los SPC, respecto de los bonos, como instrumentos de cobertura de tasa de interés.

La mayor flexibilidad de los SPC como instrumentos de cobertura, respecto de los bonos, se explica en que los SPC no requieren de liquidez o capital como los bonos (costo de oportunidad de la liquidez), aún cuando consumen línea de crédito, la cual es finita y en ciertas circunstancias puede escasear. Además, los SPC son instrumentos a la medida, ya que se puede escoger sin mayores dificultades la duración y el monto nominal. En el caso de los bonos, la disponibilidad de estos factores queda limitada a lo que ofrezca en un determinado momento el mercado primario o secundario.

De acuerdo a lo anterior, se podría pensar en calcular una prima por liquidez a partir del diferencial entre instrumentos como bonos y/o depósitos versus los swaps de tasa de interés, considerando a estos últimos como instrumentos libres de riesgo, y no así a los títulos emitidos por el Banco Central o por la Tesorería General de la República.

---

<sup>4</sup> Compensación inflacionaria se refiere a la diferencia existente entre el rendimiento de un instrumento real y un instrumento nominal. A su vez, este concepto se relaciona con la inflación promedio que el mercado financiero descuenta o espera para un período determinado. Su versión más sencilla se obtiene a partir de la llamada relación de Fisher. Esto es,  $(1 + i) = (1 + r) (1 + \pi^e)$

## 2. Metodologías

Luego de presentar de manera breve una descripción de lo que se debe entender por premio por liquidez, en lo que sigue de este informe se entregarán de manera resumida, y a modo de introducción, los principales enfoques que se deben tener en cuenta para determinar un modelo de premio por liquidez para Chile. Al respecto, la literatura financiera ha propuesto diferentes metodologías para estimar la prima por liquidez, las que enunciaremos brevemente a continuación:

- 1) Modelo de microestructura de los autores Koziol y Sauerbier, que proponen un enfoque teórico de opción que aborda las dimensiones del precio y plazo de la opción, para estimar la prima por liquidez. El valor de esta prima se explica como la relación entre el valor de una opción para el caso con liquidez, y el valor de una opción para el caso sin liquidez.
- 2) Enfoque de análisis directo: este método implica escoger un par de instrumentos o portfolios que se suponen son idénticos, excepto en su liquidez, y luego comparar el precio, retornos esperados y rentabilidades, e inferir entonces la iliquidez relativa del activo o portfolio.
- 3) Enfoque de Modelo Estructural: el desarrollo de este modelo se basa en el enfoque de Merton, y considera que es posible estimar un adecuado diferencial de retornos de bonos corporativos y luego comparar esta estimación con los diferenciales vigentes de retornos de mercado, para inferir entonces el componente de prima por liquidez.
- 4) Enfoque basado en regresiones; mediante este enfoque se estiman parámetros econométricos de liquidez de bonos corporativos, asociados con instrumentos de más altos retornos y en particular con instrumentos de renta fija con mayores diferenciales de rentabilidad.

Respecto del punto 4), es común que el tipo de análisis basado en regresiones se sustente en un modelo lineal de valoración de activos multifactorial, en el que los retornos esperados de los bonos corporativos están explicados por su exposición a los factores de riesgo de mercado y riesgo de liquidez. Típicamente se incluyen dos factores de riesgo de mercado: la rentabilidad sobre un índice de acciones y el cambio en la volatilidad del índice de opciones implícita de las acciones. Para la medición de los rendimientos de los bonos corporativos se pueden utilizar portafolios que son construidos de acuerdo a su vencimiento y nivel de clasificación. También se puede efectuar un análisis para una muestra reciente de datos de bonos corporativos europeos.

Siguiendo los lineamientos de los investigadores Pastor y Stambaugh, quienes estiman un modelo lineal para retorno de acciones, con diversos factores explicativos de la rentabilidad y de los shocks de liquidez, los autores De Jong y Driessen han supuesto una dependencia lineal del rendimiento de los bonos corporativos, de los factores de riesgo de mercado y de los factores de riesgo de liquidez. Para la estimación del modelo, ellos han utilizado un procedimiento en dos etapas. En la primera etapa, los factores explicativos y los betas de liquidez son estimados con una regresión multivariada no restringida de los excesos de

rentabilidad conseguidas de los bonos corporativos, sobre un número  $K_f$  de factores de riesgo de mercado y un número  $K_l$  de factores de riesgo de liquidez.

En la segunda etapa, han corrido una regresión de corte transversal de los valores estimados de los excesos de retornos esperados, correlacionados con los factores explicativos estimados de la rentabilidad de los bonos.

### **3. Evidencia Empírica**

Los resultados del análisis de regresión de los bonos corporativos estadounidenses muestran que los retornos de estos bonos tienen una significativa exposición a los factores explicativos de la rentabilidad, esto es los factores de riesgo de liquidez, pero que no están sujetos a exposición significativa a los factores de riesgo por volatilidad de los retornos. Para 2005, en términos de retornos esperados, el premio por riesgo de liquidez estimado, es aproximadamente de 0,45% para bonos de largo plazo con alto grado de inversión, y alrededor de 1% para bonos con bajo grado de inversión. Estos parámetros estimados pueden cambiar al cambiar la muestra. Para 2007, en términos de retornos esperados, el premio por riesgo de liquidez estimado, es aproximadamente de 0,6% para bonos de largo plazo con alto grado de inversión, y alrededor de 1,5% para bonos con bajo grado de inversión. Junto con el premio por riesgo de mercado, el premio por liquidez explica una parte significativa del puzzle de diferencial de rentabilidad de bonos corporativos.

Por otra parte, el análisis de los resultados de regresión del modelo, utilizando los datos de bonos corporativos europeos, muestra que el rendimiento de estos bonos también tiene una significativa exposición a los factores de riesgo de liquidez, en línea con los resultados encontrados en el análisis de los bonos estadounidenses, y esto explica en parte el puzzle sobre el diferencial de retornos de los bonos corporativos.

En resumen, y con el correr de la asesoría, se explorarán diversas metodologías y evidencia empírica sobre el papel del riesgo de liquidez en la valoración de los bonos corporativos y cómo estos factores de riesgo inciden en los retornos esperados de los bonos, lo que permite explicar en forma importante el puzzle de los diferenciales de rentabilidad de los bonos corporativos.

Esta evidencia es importante, ya que permite un mejor conocimiento de un factor clave en la valoración de bonos corporativos de largo plazo que poseen poca liquidez.

En Chile, los inversionistas deberían considerar este tipo de estudios para valorar sus carteras de inversión, ya que el descuento por liquidez puede ser más importante mientras mayor sea la duración del instrumento de inversión. En especial, si se considera que las compañías aseguradoras deberán considerar las recomendaciones de IFRS 4, fase 2, en cuanto a que la única tasa de descuento para las reservas de pasivos corresponderá sólo a una tasa libre de riesgo, más una prima por liquidez.

## **CAPÍTULO VI. COMPOSICION DE LAS CARTERAS DE INVERSION QUE RESPALDAN LA RESERVA DE EVENTUALIDADES, LA RESERVA DE PENSIONES, EL FONDO DE CONTINGENCIA Y EL FONDO DE RESERVA DE PENSIONES ADICIONAL**

Coherentemente con el objetivo b, en el sentido de revisar la actual composición y diversificación de los activos financieros autorizados, por la SUSESO, para formar parte en cada una de las carteras de respaldo, entre ellas, Reserva de Eventualidades, Fondo de Contingencia, Reserva de Pensiones Y Reserva de Pensiones Adicional, a continuación se procede a presentar la regulación relevante asociada.

De acuerdo a lo instruido por la Superintendencia de Seguridad mediante la Circular N°1.575, de 1997, y Circular N°1.681, de 1998, los activos autorizados para conformar las carteras de inversiones que respaldan la Reserva de Eventualidades, la Reserva de Pensiones y el Fondo de Contingencia son los siguientes:

### **1. INVERSION DE RESPALDO DE LA RESERVA DE EVENTUALIDADES**

De acuerdo a lo dispuesto en el artículo 24 del D.S. N° 285, el Fondo de Reserva de Eventualidades deberá invertirse en valores reajustables de fácil liquidación, calificadas como tales por SUSESO. Asimismo, los vértices de riesgo definidos para conformar la cartera de inversiones que respalda la Reserva de Eventualidades son los siguientes:

#### **1.1 Instrumentos de inversión autorizados**

- a) Títulos emitidos por la Tesorería General de la República o por el Banco Central de Chile, Letras de Crédito emitidas por los Servicios Regionales y Metropolitano de Vivienda, Bonos de Reconocimiento emitidos por el Instituto de Normalización Previsional u otras Instituciones de Previsión, y otros títulos emitidos o garantizados por el Estado de Chile;
- b) Depósitos a plazo, bonos y otros títulos representativos de captaciones, emitidos por instituciones financieras;
- c) Títulos garantizados por instituciones financieras;
- d) Letras de crédito emitidas por instituciones financieras;
- e) Bonos de empresas públicas y privadas, y
- f) Efectos de comercio emitidos por empresas públicas y privadas, que correspondan a pagarés u otros títulos de crédito o inversión, con plazo de vencimiento no superior a un año desde su inscripción en el Registro de Valores que lleva la Superintendencia de Valores y Seguros, no renovables.

Las instituciones financieras a que se refieren las letras b), c) y d) del número 1.1 anterior, deberán estar constituidas legalmente en Chile o autorizadas para funcionar en el país.

Las empresas a que aluden las letras e) y f) del número 1.1 anterior, deberán estar constituidas legalmente en Chile. Los instrumentos indicados en las letras b) y c) que sean seriados y los señalados en las letras e) y f), del punto 1.1 precedente, deberán estar inscritos, de acuerdo a lo establecido en la Ley N° 18.045, en el Registro de Valores que para el efecto lleven las Superintendencias de valores y Seguros y la de Bancos e Instituciones Financieras, según corresponda.

Tratándose de instrumentos de deuda de largo plazo, los señalados en las letras b), c), d) y e) del número 1.1 anterior, deberán estar clasificados en las categorías de riesgo AAA, AA y A, a que se refiere el inciso primero del artículo 105 del D.L. N° 3.500, de 1980. En el caso de los instrumentos financieros de corto plazo, los indicados en las letras b), c) y f) del referido número 1.1, deberán estar clasificados en el nivel de riesgo 1 (N-1) señalado en el inciso segundo del citado artículo 105.

Por consiguiente, las Mutualidades no podrán adquirir documentos que se encuentren clasificados en las categorías BBB, BB, B, C, D o E y en los niveles 2, 3, 4 ó 5, o que no tengan clasificación alguna.

Debido a que la única restricción establecida sobre los activos que pueden conformar el Fondo de Reserva de Eventualidades lo constituye el ser instrumentos líquidos de renta fija, se utilizará este conjunto de activos para conformar una de las fronteras eficientes de inversión, que será comparada con la frontera disponible para los fondos con límites a las inversiones tales como Fondo de Contingencia y Reserva de Pensiones.

Luego de la aplicación del modelo de optimización, como se indica en el Capítulo VI, se concluye que si bien la ausencia de restricciones amplía la frontera de posibilidades, esto se logra a través de una excesiva concentración en pocos instrumentos, lo que atenta contra el principio de diversificación. Esto significa que para ganar unos puntos porcentuales de retornos esperado se debe aceptar un importante incremento de riesgo, lo cual desde un punto de vista cualitativo y prudencial no parece aceptable.

## **2. INVERSION DE RESPALDO DEL FONDO DE CONTINGENCIA Y RESERVA DE PENSIONES**

De acuerdo a lo dispuesto en el artículo 21 de la Ley N° 19.578, las Mutuales deberán formar y mantener un Fondo de Contingencia, el cual debe destinarse a solventar los mejoramientos extraordinarios de pensiones y beneficios pecuniarios extraordinarios para los pensionados.

Adicionalmente y en virtud de las facultades otorgadas a la SUSESO mediante el artículo 21 de la Ley N° 19.578, la composición y diversificación de las inversiones, que se especifican a continuación, que respalden la Reserva de Pensiones, serán las mismas exigencias definidas para el Fondo de Contingencia.

## 2.1 Instrumentos de inversión autorizados

Los vértices de riesgo definidos para conformar la cartera de inversiones que respalda el Fondo de Contingencia y la Reserva de Pensiones han sido definidos a partir de los siguientes tipos de instrumentos financieros:

a) Títulos emitidos por la Tesorería General de la República o por el Banco Central de Chile; Letras de Crédito emitidas por los Servicios Regionales y Metropolitano de Vivienda y Urbanización; Bonos de Reconocimiento emitidos por el Instituto de Normalización Previsional u otras Instituciones de Previsión, y otros títulos emitidos o garantizados por el Estado de Chile.

b) Depósitos a plazo, bonos y otros títulos representativos de captaciones, emitidos por instituciones financieras;

c) Títulos garantizados por instituciones financieras;

d) Letras de crédito emitidas por instituciones financieras;

e) Bonos de empresas públicas y privadas, y

f) Efectos de comercio emitidos por empresas públicas y privadas, que correspondan a pagarés u otros títulos de crédito o inversión, con plazo de vencimiento no superior a un año, desde su inscripción en el Registro de Valores, no renovables.

Tratándose de instrumentos de deuda de largo plazo, los señalados en las letras b) , c) , d) y e), deberán estar clasificados en las categorías de riesgo AAA, AA y A, a que se refiere el inciso primero del artículo 105 del D.L. N° 3.500, de 1980. En el caso de los instrumentos financieros de corto plazo, los indicados en las letras b), c) y f), deberán estar clasificados en el nivel de riesgo 1 (N-1) señalado en el inciso segundo del citado artículo 105.

Por consiguiente, las Mutualidades no podrán adquirir documentos que se encuentren clasificados en las categorías BBB, BB, B, C, D o E y en los niveles 2, 3, 4 6 5, o que no tengan clasificación alguna.

Las instituciones financieras a que se refieren las letras b), c) y d), deberán estar constituidas legalmente en Chile o autorizadas para funcionar en el país. Las empresas a que aluden las letras e) y f), deberán estar constituidas legalmente en Chile.

Los instrumentos indicados en las letras b) y c) que sean seriados y los señalados en las letras e) y f) , deberán estar inscritos, conforme a lo establecido en la Ley N° 18.045, en el Registro de Valores que para el efecto lleven la Superintendencia de Valores y Seguros y la de Bancos e Instituciones Financieras, según corresponda.

Las Mutuales no podrán adquirir el Bono de Reconocimiento de un titular, en caso que la Administradora de Fondos de Pensiones a la que está afiliado o la Compañía de Seguros de Vida a la que cedió su Bono, según sea la modalidad de pensión anticipada que haya escogido, sean personas relacionadas en los términos del artículo 98, letra i) del D.L. N°

3.500, de 1980, con la Mutual adquirente. En ningún caso podrá adquirirse el Bono de Reconocimiento de un titular relacionado con la Mutual adquirente.

## **2.2 Diversificación de la Cartera de Inversión según tipo de instrumento**

Las inversiones que realicen las Mutuales con los recursos de los Fondos de Contingencia y Reserva de Pensiones, estarán sujetas a los siguientes límites máximos de inversión por tipo de instrumento, expresados en porcentajes del monto total del Fondo:

- a) Títulos emitidos por la Tesorería General de la República o por el Banco Central de Chile, Letras de Crédito emitidas por los Servicios Regionales y Metropolitano de Vivienda y Urbanización y los Bonos de Reconocimiento emitidos por el Instituto de Normalización Previsional: 70%
- b) Depósitos a plazo u otros títulos representativos de captaciones de instituciones financieras y de los títulos garantizados por dichas instituciones: 60%
- c) Letras de crédito emitidas por instituciones financieras: 40%
- d) Bonos de empresas públicas y privadas y los efectos de comercio señalados en la letra f) del punto 2. : 30%

Con todo, la suma de las inversiones en los instrumentos indicados en las letras b) y c), no podrá ser superior al 60% del valor del Fondo de Contingencia.

## **2.3 Diversificación de los instrumentos financieros según emisores**

Para los efectos de la diversificación de la cartera de inversiones por emisores, éstos se clasificarán de la siguiente manera:

- a) Instituciones Financieras: comprenderá depósitos a plazo, letras de crédito, títulos garantizados por las instituciones financieras y bonos bancarios.
- b) Empresas públicas y privadas: comprenderá bonos (incluye debentures y pagarés) y efectos de comercio.
- c) Estado: comprenderá los instrumentos emitidos por el Banco Central de Chile, la Tesorería General de la República, el Ministerio de la Vivienda y Urbanismo y los Bonos de Reconocimiento referidos.

A su vez, las inversiones por emisores en los diferentes instrumentos financieros, deberán estar sujetas a los siguientes límites máximos, expresados en porcentajes del monto total del Fondo:

La inversión en instrumentos emitidos por instituciones financieras, que incluirá depósitos a plazo, letras de crédito, bonos bancarios y otros títulos garantizados por instituciones financieras, no podrá ser superior, respecto de cada emisor, al 10%.

La inversión en bonos y efectos de comercio emitidos por empresas públicas y privadas, no podrá ser superior, respecto de cada emisor, al 5%.

Inversión en instrumentos emitidos por el Estado. Para este tipo de instrumentos se debe tener como restricción lo señalado en el punto 2.2.a).

Sin perjuicio de las instrucciones anteriores, las inversiones en bonos y efectos de comercio no podrán exceder del 15% de la serie.

### **3. INVERSION DE RESPALDO DEL FONDO DE RESERVA DE PENSIONES ADICIONAL**

De acuerdo a lo dispuesto en la Circular 2612 de SUSESO, por ahora la Asociación Chilena de Seguridad y la Mutual de Seguridad de la Cámara Chilena de la Construcción han tendido que constituir el Fondo de Reserva de Pensiones Adicional debido a los recursos obtenidos por la venta de sus bienes inmuebles en el marco del proyecto de Clínicas Regionales.

Los activos representativos del Fondo de Reserva de Pensiones Adicional deberán estar constituidos exclusivamente por los instrumentos financieros señalados en las letras a), b), c), d), e), f), g), h) e i) del artículo 45 del D.L. N° 3.500, de 1980.

#### **3.1 Instrumentos de inversión autorizados**

Los vértices de riesgo definidos para conformar la cartera de inversiones que respalda el Fondo de Reserva de Pensiones Adicional han sido definidos a partir de los siguientes tipos de instrumentos financieros:

- a) Títulos emitidos por la Tesorería General de la República o por el Banco Central de Chile; Letras de Crédito emitidas por los Servicios Regionales y Metropolitano de Vivienda y Urbanización; Bonos de Reconocimiento emitidos por el Instituto de Normalización Previsional u otras Instituciones de Previsión, y otros títulos emitidos o garantizados por el Estado de Chile.
- b) Depósitos a plazo, bonos y otros títulos representativos de captaciones, emitidos por instituciones financieras;
- c) Títulos garantizados por instituciones financieras;
- d) Letras de crédito emitidas por instituciones financieras;
- e) Bonos de empresas públicas y privadas, y
- f) Bonos de empresas públicas y privadas canjeables por acciones, a que se refiere el artículo 121 de la Ley N° 18.045;
- g) Acciones de sociedades anónimas abiertas;

- h) Cuotas de fondos de inversión a que se refiere la Ley N° 18.815 y cuotas de fondos mutuos regidos por el decreto Ley N° 1.328, de 1976, e
- i) Efectos de comercio emitidos por empresas públicas y privadas.

Tratándose de instrumentos de deuda de largo plazo, deberán estar clasificados en las categorías de riesgo AAA, AA y A. En el caso de los instrumentos financieros de corto plazo, deberán estar clasificados en el nivel de riesgo 1 (N-1).

Por consiguiente, las Mutualidades no podrán adquirir documentos que se encuentren clasificados en las categorías BBB, BB, B, C, D o E y en los niveles 2, 3, 4 6 5, o que no tengan clasificación alguna.

Las instituciones financieras a que se refieren las letras b), c) y d), deberán estar constituidas legalmente en Chile o autorizadas para funcionar en el país. Las empresas a que aluden las letras e), f), g), e i) como también los fondos de inversión y fondos mutuos referidos en la letra h) deberán estar constituidas legalmente en Chile.

Los instrumentos indicados en las letras b) y c) que sean seriados y los señalados en las letras e), f), g), h) e i), cuando corresponda, deberán estar inscritos, conforme a lo establecido en la Ley N° 18.045, en el Registro de Valores que para el efecto lleven la Superintendencia de Valores y Seguros o la de Bancos e Instituciones Financieras, según corresponda.

### **3.2 Diversificación de la Cartera de Inversión según tipo de instrumento**

Las inversiones que realicen las Mutualidades con los recursos del Fondo de Reserva de Pensiones Adicional, estarán sujetas a los siguientes límites de inversión por tipo de instrumento, expresados en porcentajes del monto total del Fondo:

- a) Títulos emitidos por la Tesorería General de la República o por el Banco Central de Chile, Letras de Crédito emitidas por los Servicios Regionales y Metropolitano de Vivienda y Urbanización y los Bonos de Reconocimiento emitidos por el Instituto de Normalización Previsional: Mínimo 30% y Máximo 70%.
- b) Depósitos a plazo u otros títulos representativos de captaciones de instituciones financieras y de los títulos garantizados por dichas instituciones: Máximo 60%.
- c) Letras de crédito emitidas por instituciones financieras: Máximo 40%.
- d) Bonos de empresas públicas y privadas y los efectos de comercio: Máximo 30%.
- e) Acciones de sociedades anónimas abiertas: Máximo 20%.
- f) Cuotas de fondos mutuos: Máximo 30%.

g) Cuotas de fondos de inversión: Máximo 20%.

Con todo, la suma de las inversiones en los instrumentos indicados en las letras b) y c), no podrá ser superior al 60% del valor del Fondo.

De igual modo, la suma de las inversiones en los instrumentos indicados en las letras e), f) y g), no podrá ser superior al 50% del valor del Fondo.

### **3.3 Diversificación de los instrumentos financieros según emisores**

Para los efectos de la diversificación de la cartera de inversiones por emisores, éstos se clasificarán de la siguiente manera:

- a) Instituciones Financieras: comprenderá depósitos a plazo, letras de crédito, títulos garantizados por las instituciones financieras, bonos bancarios y acciones emitidas por instituciones financieras.
- b) Empresas públicas y privadas: comprenderá bonos (incluye debentures y pagarés) y efectos de comercio, acciones de sociedades anónimas abiertas, cuotas de fondos mutuos y cuotas de fondos de inversión.
- c) Estado: comprenderá los instrumentos emitidos por el Banco Central de Chile, la Tesorería General de la República, el Ministerio de la Vivienda y Urbanismo y los Bonos de Reconocimiento referidos.

A su vez, las inversiones por emisores en los diferentes instrumentos financieros, deberán estar sujetas a los siguientes límites máximos, expresados en porcentajes del monto total del Fondo:

La inversión en instrumentos emitidos por instituciones financieras, que incluirá depósitos a plazo, letras de crédito, bonos bancarios, acciones emitidas por instituciones financieras y otros títulos garantizados por instituciones financieras, no podrá ser superior, respecto de cada emisor, al 10%.

La inversión en bonos y efectos de comercio emitidos por empresas públicas y privadas, y en acciones emitidas por sociedades anónimas abiertas, no podrá ser superior, respecto de cada emisor, al 5%.

Inversión en instrumentos emitidos por el Estado. Para este tipo de instrumentos se debe tener como restricción lo señalado en la letra a) de la sección anterior.

## **CAPÍTULO VII. METODOLOGIA PARA CONFORMAR INDICES DE RENTA FIJA PARA EL MERCADO NACIONAL**

Con el propósito de analizar el impacto de las restricciones a la inversión en instrumentos financieros, sobre la eficiencia en la conformación de portafolios de respaldo de los Fondos de Contingencia, de Reserva y de Pensiones es que se debe discernir del conjunto de datos disponibles, cual resulta apropiado utilizar para obtener conclusiones robustas.

A octubre de 2013, la Superintendencia de Pensiones informa más de 30.000 precios de instrumentos financieros nacionales diariamente, también llamados, Precios Cinta. Es así, que la base de datos actual de precios, a partir del 1° de agosto de 2002 ha sido calculada de acuerdo a las normas establecidas en la Circular N° 1216; con anterioridad a esa fecha los precios han sido calculados de acuerdo a las normas establecidas en la Circular N° 621 y sus modificaciones.

Idealmente se debe utilizar toda la información disponible que sea relevante, en el sentido de que los precios de los activos fueran el resultado de transacciones frecuentes de mercado. Lamentablemente, una pequeña proporción de los activos disponible es transada cada día, por lo que la mejor información disponible son los Precios Cinta, cuya metodología impone estimaciones de precios cuando no hay transacciones de mercado.

Por otro lado, siendo la técnica de optimización de programación cuadrática la más comúnmente empleada, su aplicación directa a datos individuales podría arrojar como resultado óptimo invertir una gran parte de los recursos en unos pocos activos, lo que atentaría contra el principio de diversificación. Adicionalmente, los portafolios óptimos obtenidos serían altamente sensibles a pequeños cambios en las restricciones.

Por lo tanto, dado el ideal de cubrir una amplia base de activos y los posibles problemas de las técnicas de optimización al aplicarlo a activos individuales, se optó por utilizar un conjunto de 21 portafolios representativos de Letras Hipotecarias, Intermediación Financiera, Bonos Corporativos y de Gobierno, más dos que corresponden a renta variable nacional e internacional.

A continuación se esboza una metodología sobre la conformación de portafolios de renta fija, en que se destacan los principales elementos a tener en consideración cuando se trabaja con instrumentos de renta fija nacional e internacional, que es coherente con metodologías internacionales utilizadas por Standard & Poors en Estados Unidos o bien LVA Índices en Chile.

## **1. INTRODUCCION**

### **1.1 Objetivo de un índice**

En mercados desarrollados la utilización de un índice como benchmark es reconocida como indispensable por parte de los administradores de carteras de inversión en instrumentos de deuda.

Los beneficios de contar con un índice que describa cabalmente el mercado de deuda chileno son evidentes para todos los partícipes de éste. Sin embargo, en el mercado chileno se solía contar con indicadores parciales con cobertura de algunos tipos específicos de instrumentos.

### **1.2 Condiciones necesarias para la creación de un índice**

La razón por la cual no se abarcaba todo el mercado en un índice de renta fija era por la ausencia de fuentes centralizadas, seguras y confiables de información completa y oportuna sobre el mercado de deuda chileno.

Hay dos elementos clave para la creación de un índice de instrumentos de deuda que represente cabalmente al mercado: los montos emitidos y remanentes existentes (o montos outstanding) y los precios de dichos instrumentos para un determinado periodo de tiempo.

La información de montos estaba incompleta y disgregada.

Como ejemplo, podemos citar el caso de las letras hipotecarias, la información necesaria era prácticamente imposible de obtener o deducir, al ser publicados los montos autorizados, pero no los montos colocados para cada emisión aprobada.

El principal problema con los precios de los instrumentos, como en todos los mercados emergentes, es la liquidez. Muy pocos instrumentos son transados con la regularidad necesaria para tener precios de mercado diarios, o incluso semanales.

## **2. MERCADO CHILENO DE DEUDA**

En términos de su economía, Chile ha tenido un marcado progreso en las últimas décadas. La creación del sistema de AFP, que ha sido usado como modelo en varios países desarrollados y emergentes para sus propios fondos de pensión, ha traído consigo un considerable aumento en los volúmenes transados en bolsa y una sofisticación creciente en los inversionistas institucionales y privados.

Por otra parte, la relajación de las restricciones a las inversiones extranjeras, la liberalización del tipo de cambio, y las flexibilizaciones e incentivos tributarios logrados en la Reforma de Capitales I (por ejemplo, la eliminación del impuesto a las ganancias de capital) han permitido un mayor y más estable ingreso de capitales al país.

Según la información publicada por el DCV (Depósito Central de Valores), el total de la de la cartera de inversiones, al cierre de Agosto 2013, es de US\$ 295.000 millones, representando los instrumentos de deuda (renta fija e intermediación financiera) un 73%, esto es US\$ 215.350 millones, es decir, aproximadamente un 83% del PIB del país.

Dentro de este contexto encontramos un mercado de deuda dominado por los títulos ajustados por inflación (a través de la denominación en Unidades de Fomento), aunque también presenta importantes emisiones en Pesos chilenos y Dólares.

En Chile, los mercados de renta fija y de intermediación, están entre los mercados financieros más activos, como se aprecia en la Tabla 4.

**Tabla 4: Montos Transados en Bolsa en millones de pesos**

<b>Mercado</b>	<b>2009</b>	<b>2010</b>	<b>2011</b>	<b>2012</b>
<b>Acciones</b>	21.055.894	28.193.005	27.705.103	22.447.386
<b>Renta Fija</b>	103.480.223	91.393.723	113.488.443	83.152.949
<b>Intermediación</b>	176.636.786	202.065.260	224.864.325	246.384.838

Fuente: Bolsa de Comercio de Santiago

La deuda emitida localmente en Chile está compuesta por cuatro tipos principales de instrumentos: Bonos de Gobierno, Corporativos, Hipotecarios e Intermediación Financiera. Estos cuatro sectores tienen similar relevancia en términos de monto, pero difieren marcadamente en términos de estructura, liquidez, plazos, duración y denominación.

## **2.1 Estructura de la deuda en términos de oferentes y demandantes**

Una manera esquemática de entender los agentes que participan en el mercado de deuda nacional es separar el análisis entre los oferentes de instrumentos y los demandantes de los mismos.

Por el lado de la oferta, los entes proveedores de papeles de deuda son el Gobierno, las empresas, bancos y personas. Por el lado de la demanda de los títulos de deuda, los agentes más importantes del mercado son las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFPs), Compañías de Seguros, Fondos Mutuos, Fondos de Inversión, Bancos, Mutuales y personas individuales.

### **a) Banco Central y Tesorería General de la República**

A diferencia de la mayoría de los países, donde el Estado emite directamente la mayor parte de su deuda, en Chile observamos que la principal fuente de bonos con respaldo estatal es el Banco Central de Chile. Entre sus emisiones encontramos:

PDC: Pagarés Descontables del Banco Central

BCU (PRC): Bonos del Banco Central de Chile expresados en UF (paulatinamente reemplazando a los Pagarés Reajustables con Pago de Cupones – por ejemplo el PRC-8, uno de los principales instrumentos de referencia en el mercado.)

PTF: Pagarés de Tasa Flotante del Banco Central de Chile.

BCP: Bonos del Banco Central de Chile expresados en Pesos.

BCX: Bonos del Banco Central de Chile expresados en Dólares.

BCD: Bonos del Banco Central de Chile en Dólares.

PCX: Pagarés del Banco Central de Chile en Dólares.

PRD: Pagarés Reajustables en Dólares.

CERO: Cupones de Emisión Reajustables Opcionales en UF.

XERO: Cupones de Emisión del Banco Central de Chile en Dólares.

ZERO: Cupones de Emisión Reajustables Opcionales en Dólares.

Existen bonos de Gobierno propiamente dichos, emitidos por la Tesorería General de la República, entre ellos los BCO (Bonos de la Reforma Agraria), BTU (Bonos de la Tesorería General de la República en UF) y BEC (Bonos del Estado de Chile).

Además de estos dos grandes emisores estatales, existe el INP (Instituto de Normalización Previsional), que emitía los BRP (Bonos de Reconocimiento Previsionales), los que fueron creados cuando se reformó el sistema de pensiones para pagar a quienes tuviesen fondos en el sistema antiguo.

## **b) Emisores corporativos**

En Chile, las sociedades anónimas pueden emitir legalmente tanto títulos de renta variable como de renta fija. La oferta pública de títulos de renta fija con plazos mayores que un año se hace a través de bonos, y para plazos menores se emiten pagarés u otros títulos de crédito.

Las empresas en Chile emiten deuda tanto en UF (principalmente) como en pesos y en USD. Los bonos corporativos presentan estructuras de pago sumamente variables y una amplia gama de plazos, con esquemas de amortización a veces bastante irregulares. Sin embargo, estos pagos son fijos y se establecen al emitir el bono.

A pesar de que el mercado de opciones no está muy desarrollado, muchos de los bonos tienen opciones incorporadas. En el caso de los bonos corporativos, más de la mitad de éstos son prepagables, casi todos a valor par en cualquier momento a partir de cierta fecha fijada al momento de la emisión. Algunos de ellos son convertibles en acciones y otros son prepagables a un valor sobre la par.

## **c) Bancos y entidades financieras**

Los bancos e instituciones financieras participan en el mercado emitiendo depósitos (intermediación financiera), letras hipotecarias, bonos bancarios y bonos subordinados bancarios. La regulación de estas emisiones pasa por las disposiciones de la Ley General

de Bancos y las normas de la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras (SBIF).

Los depósitos bancarios a corto plazo son, en su gran mayoría, nominales. A diferencia de otros instrumentos de deuda, los depósitos publican su tasa y son operados según su rendimiento mensual. Todos los depósitos en Chile son cero-cupón, y tienen un activo mercado secundario.

Las letras hipotecarias merecen atención especial tanto por sus características particulares como por ser uno de los mercados más activos entre los instrumentos de deuda en Chile.

Las letras hipotecarias, al ser prepagables, se pueden interpretar como si incluyesen una forma de opción “call” para el deudor. Al mismo tiempo, dado que el deudor puede dejar de pagar el crédito (perdiendo la hipoteca), se asimila también a una especie de opción “put” sobre el inmueble.

#### **d) Demandantes**

Los principales inversionistas en el mercado de deuda chileno son los institucionales, entre los cuales contamos los bancos, las sociedades financieras, los fondos de pensiones (AFP), las administradoras de fondos, compañías de seguros, reaseguradoras y mutuales.

Las AFP son los inversionistas institucionales más grandes del mercado en términos de volúmenes de inversión. Su funcionamiento está fuertemente regulado por leyes y normativas, y son fiscalizadas por la Superintendencia de Pensión (SAFP). Desde su creación en 1980, los fondos de pensiones han ido creciendo en forma exponencial, al punto que el monto total de inversión en el sistema de AFP al mes de agosto de 2013 asciende a US\$ 156.431 millones, y un 60% de estos fondos está invertido en renta fija.

Las Compañías de Seguros (generales y de vida) son el segundo tipo de inversionista institucional, en términos de tamaño, concentrándose por lo general en las emisiones más largas. Les siguen los Fondos Mutuos, industria que ha tenido un crecimiento considerable en los últimos años, y finalmente tenemos los inversionistas extranjeros, quienes participan en el mercado chileno a través de diversos mecanismos.

## **2.2 Profundidad y completitud**

Un aspecto interesante del mercado de deuda en Chile es su profundidad, reflejada en la emisión de bonos en forma regular en plazos de hasta 30 años. La existencia de la UF contribuye indudablemente a completar los tramos largos de la curva (al permitir la emisión de bonos protegidos contra inflación.)

En la medida que exista una mayor variedad de plazos entre los instrumentos que circulen en el mercado, se facilita la tarea de construir curvas de tasas de interés, arrojando resultados de mejor calidad. Esto permite mejorar la valorización de instrumentos y la medición de riesgo de carteras de instrumentos de renta fija, como es el caso de la presente

consultoría, en que se busca conocer la variabilidad de cada tipo de instrumento con el resto.

### **3. INDICES DE DEUDA**

#### **3.1 Fundamentos de un Índice de Deuda**

Un aspecto clave de los índices de deuda es que a través de ellos se logra cubrir el espectro completo de instrumentos de deuda emitidos localmente en Chile. Esto es precisamente la característica que como consultora consideramos de la mayor importancia. Pensamos que es fundamental contar con una representación completa de la realidad de las alternativas de inversión nacional.

El contar con estos índices de deuda chilena entrega estadísticas de utilidad para todos los inversionistas, emisores de deuda, administradores de cartera y reguladores, constituyéndose en una herramienta real de análisis para el mercado de renta fija local.

##### **3.1.1 Principios de Construcción**

Los índices de deuda se construyen en torno a dos principios fundamentales: deben ser índices replicables y de mercado.

###### **3.1.1.1 Índices Replicables**

Como garantía de objetividad, es fundamental que los cálculos de un índice sean reproducibles por un tercero. Esto tiene varias implicancias, entre ellas:

- Las fórmulas utilizadas deben ser publicadas.
- Todos los criterios para la inclusión o exclusión de instrumentos deben ser objetivos, sin ningún tipo de discrecionalidad, y deben ser públicos.
- Las fuentes de datos deben ser accesibles a terceros (bien sean públicas o pagadas.)
- No hacer ningún tipo de aproximación en los cálculos tanto de los índices como de sus estadísticos (duración, convexidad, etc.)

###### **3.1.1.2 Índices de Mercado**

Entre los múltiples usos de un índice, se considera el servir como referencia para la evaluación del desempeño de una cartera, ser un indicador del movimiento del mercado que representa, permitir su comparación con otros mercados y eventualmente servir como base para la creación de opciones y futuros, o bien de

fondos indexados (también conocidos como índices invertibles.) Todos estos usos requieren que un índice sea una buena representación del mercado que busca medir, para lo cual se tienen que cumplir los siguientes criterios:

- Cubrir cabalmente el mercado, tanto en términos de la variedad de instrumentos presentes como de su cantidad y volumen.
- Ser un indicador representativo del desempeño que tendría el inversionista promedio del sector.
- Mostrar los cambios estructurales del mercado en la medida que van ocurriendo.
- Comprender subíndices relevantes para distintos propósitos, como los sectores que componen un mercado, sus divisiones por duración u otros quiebres de interés.
- Adicionalmente, es importante contar con información histórica tan larga como sea posible.

### **3.1.2 Características de los Índices**

Los índices de deuda buscan cubrir el universo de todos los instrumentos de renta fija emitidos localmente en Chile, lo que excluye todas las emisiones gubernamentales o corporativas hechas en bolsas extranjeras, pero no aquellas emisiones locales que son denominadas en moneda extranjera.

En términos de riesgo, las emisiones que en general se incluyen en estos índices son aquellas con grado de inversión local, es decir, cuya peor clasificación de riesgo es BBB- o superior según las agencias locales (principalmente de acuerdo a las clasificaciones emitidas por Fitch, Feller y Humphrey's)

Las emisiones convertibles en general se excluyen de los índices por tener un comportamiento similar al de una acción y por su irrelevancia (en términos de monto outstanding) en el mercado de renta fija chileno. De la misma forma, los Bonos de Reconocimiento emitidos por el INP y otras entidades se pueden excluir, debido a que estos bonos ya no están siendo emitidos, es decir, que van a desaparecer paulatinamente en la medida que van venciendo.

Se recomienda que las carteras de todos los índices y subíndices deban ser rebalanceadas en forma mensual. Durante el mes en curso, todos los flujos son reinvertidos en una cuenta caja simulada, cuyo rendimiento es igual al índice de intermediación financiera de papeles nominales emitidos por el Banco Central de hasta 30 días.

Las nuevas emisiones deben ser incorporadas al índice (y todos aquellos subíndices en que corresponda) a la fecha del primer rebalanceo posterior a su emisión.

El seguir estos principios de construcción hace de estos índices una herramienta rigurosa mediante la cual es posible estudiar el comportamiento del mercado chileno de deuda. De acuerdo a las características de los distintos instrumentos, es posible separar el mercado chileno en cuatro sub-mercados con sus índices respectivos.

Éstos son:

- Instrumentos del Gobierno
- Instrumentos de deuda Corporativa
- Letras Hipotecarias
- Intermediación Financiera

Este último difiere de los tres anteriores en su metodología, debido a la naturaleza de los instrumentos que representa.

### 3.1.3 Subíndices

Los índices de deuda tienen distintos subíndices según sus características. Por lo general, es posible descomponerlos según duración, calidad crediticia y moneda.

El índice de instrumentos de Gobierno se puede descomponer según moneda y duración. Adicionalmente, se pueden calcular índices específicos por tipo de instrumento y plazo remanente. Los corporativos tienen separaciones por moneda, calidad crediticia y duración. El índice de letras hipotecarias tiene subíndices según tasa de emisión, duración y moneda.

Los índices de intermediación financiera no son subíndices en estricto rigor, sino índices con una metodología común.

Los principales subíndices que se pueden construir para cada índice son:

Instrumentos del Gobierno  
Por tipo: BCP, BCU, PRC  
Específicos, por ejemplo: PRC-8  
Por duración: 1-, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9+.  
Por moneda: Pesos, UF, Dólar

Instrumentos de deuda Corporativa  
Por riesgo:  
Consolidado AAA  
Consolidado AA

AA+  
AA  
AA-

Consolidado A

A+  
A  
A-

## Consolidado BBB

Por duración: 1-, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10+.

Por moneda: Pesos, UF, Dólar.

### Letras Hipotecarias

Por tasa de emisión.

Por duración.

### Intermediación Financiera

Gobierno: 30 días, 60 días, 90 días.

Corporativos por clasificación de riesgo

N-1+: 30 días, 60 días, 90 días.

N-2: 30 días, 60 días, 90 días.

## 3.2 Metodología de Cálculo

### 3.2.1 Fuentes de Datos

Para comprender mejor los valores entregados por los índices de deuda, es necesario interiorizarse no sólo de la metodología misma con la que están calculados, sino también con las fuentes de datos que se utilizan, la forma en que se recopilan estos datos y sus limitaciones:

#### 3.2.1.1 Montos, Prepagos

Desde fines de 2004, el DCV (Depósito Central de Valores) entrega diariamente un reporte con los montos custodiados de todos aquellos instrumentos que están en sus bóvedas.

A raíz de cambios relativamente recientes en las regulaciones para las AFP, el porcentaje de instrumentos custodiados en el DCV alcanza un 98%. Gracias a esto, la información de montos custodiados es una aproximación razonable de la composición real del mercado de instrumentos de deuda chilenos.

#### 3.2.1.2 Precios

Una fuente completa de precios son los que publica la SAFP (Superintendencia de Pensión) para la valorización diaria de las cuotas de los fondos de pensión, comúnmente llamados "precios cinta".

Para estos precios, todos los instrumentos con tasas de emisión conocidas y cero cupones, con plazo superior a 365 días, son valorizados diariamente de acuerdo a la tasa de mercado para su categoría.

La categoría de un instrumento se compone de todos aquellos instrumentos del mismo tipo y emisor que muestren plazos, tasas, tipos de reajuste, garantías, y otras características similares a los del instrumento en cuestión.

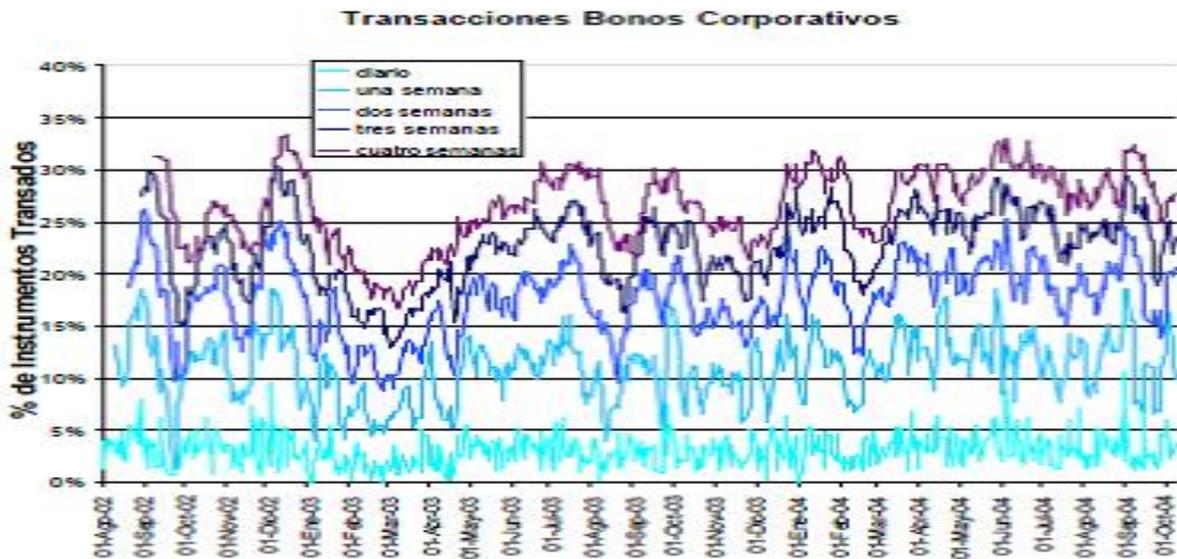
La tasa de mercado para una categoría se determina haciendo un promedio ponderado de las tasas obtenidas en todas las transacciones válidas del día anterior para los instrumentos de dicha categoría.

Dos veces al mes, la Superintendencia revisa la tasa utilizada para valorizar aquellas categorías que no hayan tenido transacciones entre períodos de ajuste, las que se han seguido valorizando con la última tasa que se registró la última vez que hubo transacciones en el instrumento.

En estos casos, la tasa se calcula valorizando el instrumento mediante una cartera que replique sus flujos mediante bonos CERO o ZERO (bonos cero cupón en UF o USD, respectivamente.) Esta valorización luego se ajusta mediante un spread, el cual se calcula y se fija cada vez que existe transacción en la categoría (es decir, la valorización se ajusta con el último spread observado.)

La baja liquidez del mercado chileno hace necesaria esta aproximación. Por ejemplo, en el caso de los bonos corporativos, el porcentaje de las emisiones que operan dentro de un mes apenas alcanza el 30% del total de emisiones. En el gráfico siguiente vemos el porcentaje de bonos que operan diariamente y en períodos de una, dos, tres y cuatro semanas.

**Figura 12**



Para más detalles sobre el cálculo de los precios cinto ver la circular N°1.216 de la Superintendencia de Pensiones, disponible en su sitio web ([www.safp.cl](http://www.safp.cl))

### **3.2.1.3 Características de los bonos**

Las tablas de desarrollo y demás características fundamentales de los bonos (tales como reajuste, plazo, tasa de emisión, etc.), se encuentran disponibles directamente de la Bolsa de Comercio de Santiago.

### **3.2.1.4 Clasificaciones de riesgo**

Para aplicación de esta metodología es necesario recopilar la información histórica de las clasificaciones de riesgo de los instrumentos de renta fija local.

## **3.2.2 Metodología General**

Se presenta a continuación una explicación de las metodologías utilizadas en el cálculo de los índices de renta fija y los de intermediación financiera.

### **3.2.2.1 Criterio de Selección**

Para el desarrollo de los índices, en general, se incluyen todas aquellas emisiones de deuda con clasificación de riesgo local BBB- o superior. Para este propósito se considera la peor clasificación dada al instrumento entre las siguientes empresas calificadoras: Feller Rate (Standard & Poor's), Fitch, y Humphrey's (Moody's.)

Como ya se mencionó, se recomienda para los índices de deuda corporativos excluir los bonos convertibles. De la misma forma, los bonos de reconocimiento se excluyen de los índices de bonos de gobierno.

### **3.2.2.2 Rebalanceo**

Una vez al mes se debe reevaluar qué bonos corresponden a cada índice o subíndice, eliminándose aquellos que han dejado de ser elegibles, y agregando las nuevas emisiones en la medida que cumplen los requisitos necesarios para ingresar al índice.

### **3.2.2.3 Reinversión**

Cuando un bono efectúa un pago, ya sea sólo interés, interés y amortización o prepago de capital, este monto se debe invertir en una cuenta de caja simulada para dicho bono. La suma de los montos en caja generados por cada bono define el monto en caja del índice o subíndice. Este monto de caja se contabiliza como un bono más al momento de calcular los retornos totales, pero se excluye del cálculo de duraciones y otras estadísticas anexas.

Para modelar esta caja se utilizan los retornos del índice de intermediación financiera referido a los instrumentos gubernamentales de treinta días de plazo, por ser la tasa menos riesgosa. Cada mes, en la fecha de rebalanceo, este monto se hace cero (por definición).

### 3.2.2.4 Valorización

La valorización de los instrumentos que forman los índices de renta fija se hace de la siguiente manera:

#### Bonos Corporativos y Banco Central

(tj en base Actual/365)

$$VP_t = \sum_{i=z+1}^N \frac{FC_i}{(1 + TIR)^{t_i}}$$

$$VPar_t = SA_z \cdot (1 + TERA)^{t_z}$$

donde:

TIR: Tasa Interna de Retorno

TERA: Tasa Efectiva Real Anual

FCi: Flujo de caja del cupón i

SAi: Saldo insoluto del cupón i

z: Último cupón pagado anterior a la fecha de valorización

N: Número total de cupones

ti: Plazo en días desde la fecha de valorización a cada cupón i.

tz: Plazo en días desde el último cupón pagado anterior a la fecha de valorización

#### Letras Hipotecarias

(tj en base 30/360)

Se valorizan en forma similar a los bonos del Banco central y Corporativos, exceptuando el caso en que tienen cupones cortados, donde se aplica:

$$VPar_t = \sum_{i=z+1}^N \frac{FC_i}{(1 + TERA)^{t_i}}$$

### 3.2.2.5 Cálculo del Índice

El monto outstanding de cada bono se calcula de la siguiente forma:

$$MO_i^t = MC_i \cdot VP_i^t$$

donde:

$MO_i^t$  : Monto outstanding del bono  $i$  en la fecha  $t$ .

$MC_i$  : Monto nominal custodiado en el DCV para el bono  $i$  en la última fecha de rebalanceo del índice.

Para contabilizar la reinversión de los flujos, se calcula el monto en caja para el índice:

$$MO_{caja}^t = MO_{caja}^{t-1} \cdot (1 + rtot_{caja}^t) + \sum_{i=1}^N \left( FC_i^t \cdot \frac{MO_i^t}{VP_i^t} \right)$$

donde se tiene que:

$MO_{caja}^t$ : Monto del índice en caja al día  $t$ .

$rtot_{caja}^t$ : Retorno total del índice Intermediación Financiera para el día  $t$ .

(Cuando  $t$  es fecha de rebalanceo, este monto se hace cero por definición.)

Esto equivale a tomar el monto de caja del día anterior aumentado por el retorno de caja al día, más los flujos de cupones de la fecha actual. Los pesos individuales de los bonos y el peso de la porción en caja se determinan de la siguiente manera:

$$w_i^t = \frac{MO_i^t}{\sum_i MO_i^t + MO_{caja}^{t-1}}$$

$$w_{caja}^t = \frac{MO_{caja}^{t-1}}{\sum_i MO_i^t + MO_{caja}^{t-1}}$$

Distinguiendo así:

$w_i^t$ : Peso del bono  $i$  en el índice a la fecha  $t$ .

$w_{caja}^t$ : Peso de la porción de caja en el índice a la fecha  $t$ .

**Retorno Total:**

$$rtot_t^i = \frac{(1-p) \cdot VP_t^i + pVP_{ar_t}^i + FC_t^i}{VP_{t-1}^i} - 1$$

$$RTOT_t = \sum_{i=1}^N w_i^t \cdot rtot_i^t + w_{caja}^t \cdot rtot_{caja}^t$$

donde:

p: porcentaje prepagado del total outstanding  
 RTOT: Retorno total  
 RCUP: Retorno Cupón

Finalmente el valor del índice al día t se obtiene componiendo el valor del día anterior, con el retorno total del día:

$$IPKF_t = IPKF_{t-1} \cdot (1 + RTOT_t)$$

Los valores de los índices se calculan en Pesos Chilenos, y se puede empezar en 1000 el primer día de cálculo.

### 3.2.2.6 Estadísticas Relevantes

La duración y convexidad se pueden calcular utilizando la forma modificada, que equivale a la duración y convexidad calculadas en la bolsa de comercio, divididas por 1+TIR.

Al calcular estos indicadores no se considera la porción de caja del índice.

$$dur_t^i = \frac{\sum_{j=z+1}^N t_j \frac{FC_t^j}{(1+TIR)^{t_j+1}}}{VP_t^j}$$

$$DUR_t = \sum_{i=1}^N w_t^i \cdot dur_t^i$$

$$conv_t^i = \frac{\sum_{j=z+1}^N t_j \cdot (t_j + 1) \cdot \frac{FC_t^j}{(1+TIR)^{t_j+2}}}{VP_t^i}$$

$$CONV_t = \sum_{i=1}^N w_t^i \cdot conv_t^i$$

$$PLAZO_t = \sum_{i=1}^N w_t^i \cdot plazo_t^i$$

$$YIELD_t = \frac{\sum_{i=1}^N w_t^i \cdot dur_t^i \cdot TIR_t^i}{\sum_{i=1}^N w_t^i \cdot dur_t^i}$$

donde:

duri: Duración modificada del bono i.  
 convi: Convexidad del bono i.

### 3.2.3 Metodología para los Índices de Intermediación Financiera

El supuesto que subyace a los índices de intermediación es muy distinto al de los índices de renta fija.

Un índice de renta fija modela el desempeño de la cartera del inversionista promedio del mercado, considerando una fecha de rebalanceo mensual y otras medidas estructurales para facilitar la replicación con instrumentos reales por parte de un administrador de cartera. En cambio, el propósito de los índices de intermediación es modelar el retorno de la caja a cierto plazo de una cartera de inversión.

Para esto, se recomienda suponer que la disponibilidad de fondos es igual todos los días, efectuando un depósito ficticio diario con tasa de emisión igual a tasa observada para ese plazo cada día. De este modo, el índice llega a tener tantos depósitos como días de plazo tiene, con vencimientos que van desde un día hasta el máximo plazo deseado.

El retorno de un índice a plazo N se calcula de la siguiente manera: se genera en forma diaria una curva de tasas observadas, a la que denominamos  $TIR_t$  y completaremos mediante interpolación lineal simple. De este modo, el valor  $TIR_t(p)$  es la tasa observada

para el plazo p el día t, o en su defecto la interpolación entre las tasas observadas para el plazo inmediatamente menor e inmediatamente mayor que si registren observaciones. Con estas curvas ya construidas se procede a obtener los siguientes cálculos:

Llamaremos  $VR_t(p)$  al Valor de Rescate al día t del depósito con p días al vencimiento:

$$VR_t(p) = 100 \cdot \left( 1 + N \frac{TIR_{t-(N-p)}(N)}{30} \right)$$

donde:

N: Plazo del índice(30,60,90 o más días).

$TIR_{t-(N-p)}(N)$ : Tasa de emisión del depósito con p días al vencimiento el día t, equivalente a la tasa a 30 días observada o interpolada el día t-(N-p); donde N-p es el número de días transcurridos desde la emisión del depósito.

El valor presente  $vp_t(p)$  de cada uno de los N depósitos (numerados desde 0 hasta N-1 por el número de días al vencimiento) se obtiene como:

$$vp_t(p) = \frac{VR_t(p)}{\left( 1 + \frac{TIR_t(p)}{30} \cdot p \right)}$$

Así el valor presente  $VP_t$  del índice al día t es:

$$VP_t = \sum_{p=0}^{N-1} vp_t(p)$$

Con lo que el retorno del índice de intermediación de N días de plazo es:

$$RTI_t = \frac{VP_t}{VP_{t-1}} - 1$$

donde:

$VP_t$  : Valor presente del índice al día t.

$VP_{t-1}$  : Valor presente del índice al día t-1.

$RTI_t$  : Retorno total de intermediación al día t.

Este cálculo se hace para plazos de 30, 60, 90 y 180 días, para depósitos de Gobierno, de clasificación de riesgo Nivel 1 o superior, y para clasificación de riesgo Nivel 2. El valor de cada índice se calcula análogamente a los de renta fija:

$$IPKFI_t = IPKFI_{t-1} \cdot (1 + RTI_t)$$

Se igualan a 1000 en la fecha de inicio de los cálculos.

## CAPÍTULO VIII. AVERSIÓN AL RIESGO

Para entender las preferencias que tienen las personas que están dispuestas a invertir sus recursos en proyectos o en activos financieros, es necesario entender ciertos conceptos utilizados en la literatura financiera que describen los comportamientos de las personas y la manera en que éstos prefieren o manifiestan su apetito por el riesgo. Esto es de suma importancia al considerar el abanico de posibilidades de inversión que ofrecen los mercados financieros, los cuales, al no estar exentos de turbulencias, podrían dañar en demasía el nivel actual de riqueza que queda expuesta a los vaivenes de éstos.

El hecho de suponer que más es preferido a menos significa que la utilidad marginal de la riqueza es positiva:  $U'(W) > 0$ . Si suponemos un juego que ofrece dos posibles resultados (A y B), y asociamos a estos juegos una probabilidad de ocurrencia igual a  $\alpha$  para el juego A y  $(1 - \alpha)$  para el juego B, entonces la pregunta que debemos hacernos es si ¿preferiremos un valor actuarial del juego (es decir, su valor esperado) con certeza, o preferiremos el juego en sí?

En otras palabras, ¿estaremos dispuestos a recibir, por ejemplo, \$Z con certeza o simplemente preferiremos un juego que paga \$Z con probabilidad  $\alpha$  y \$0 con probabilidad  $(1 - \alpha)$ ? Si alguien prefiere el juego, entonces esta persona se denomina amante al riesgo. Si por otra parte, alguien está indiferente, entonces esta persona se denomina neutral al riesgo. Y por último, si alguien prefiere el valor actuarial con una cierta probabilidad, entonces esta persona se denomina aversa al riesgo.

Por lo tanto, el valor actuarial del juego es igual a su valor esperado y equivale a la siguiente expresión:  $E(W) = \alpha \times \$Z + (1 - \alpha) \times \$0$

En general, los distintos niveles de aversión al riesgo se definen de la siguiente manera:

- a) Si la utilidad de la riqueza esperada es mayor a la utilidad esperada de la riqueza, los individuos se denominan aversos al riesgo.

$$\text{Si } U[E(W)] > E[U(W)] \rightarrow \text{Persona aversa al riesgo}$$

- b) Si la utilidad de la riqueza esperada es igual a la utilidad esperada de la riqueza, los individuos se denominan neutrales al riesgo.

$$\text{Si } U[E(W)] = E[U(W)] \rightarrow \text{Persona neutral al riesgo}$$

- c) Si la utilidad de la riqueza esperada es menor a la utilidad esperada de la riqueza, los individuos se denominan amantes al riesgo.

$$\text{Si } U[E(W)] < E[U(W)] \rightarrow \text{Persona amante al riesgo}$$

En estricto rigor, si tuviéramos una función de utilidad estrictamente cóncava (por ejemplo, una función logarítmica), ésta pertenece a una persona aversa al riesgo.

Por otra parte, si la función de utilidad es lineal, entonces ésta pertenece a una persona neutral al riesgo. Por último, si tenemos una función convexa (por ejemplo, una función exponencial), ésta pertenece a una persona amante al riesgo.

Asumiendo un mundo averso al riesgo (que por cierto es lo que mayormente refleja la realidad de las personas), en donde las funciones de utilidad de la riqueza son estrictamente cóncavas y crecientes, se tendrán dos características de este comportamiento, siendo éstas: 1) las personas siempre preferirán más que menos (la utilidad marginal de la riqueza es positiva ( $U'(W) > 0$ ) y 2), la utilidad marginal de la riqueza decrece en la medida que las personas tiene más y más riqueza ( $U''(W) < 0$ ). Este último supuesto es válido ya que probablemente está determinado genéticamente en cada una de las personas. Es decir, si esto no fuera así, todas las personas presentarían un comportamiento extremadamente impulsivo.

### ¿Qué es la aversión al riesgo?

Este concepto se explica en el siguiente ejemplo. Supóngase un nivel de riqueza igual a  $W$ . Supóngase además que existe un juego actuarialmente neutral de  $Z$  ( $E(Z) = 0$ ) ¿Cuál sería la prima por riesgo  $\pi(W,Z)$  que debería ser sumada al juego para que una persona quede indiferente entre éste y el valor actuarial del juego?

Para responder a esta pregunta se debe entender que la prima por riesgo es análoga a la diferencia entre la utilidad de la riqueza esperada y la utilidad esperada de la riqueza. Tal vez, la prima por riesgo será también una función del nivel de riqueza ( $W$ ) y del juego ( $Z$ ).

Por lo tanto, la prima por riesgo puede definirse como el valor que satisface la siguiente igualdad:

$$E[ U(W + Z) ] = U[ W + E(Z) - \pi(W,Z) ] \text{ (ecuación 1)}$$

El lado izquierdo de la ecuación representa la utilidad esperada del actual nivel de riqueza, dado el juego. Su utilidad debe ser igual a la utilidad del lado derecho, es decir, el valor actual de la riqueza,  $W$ , más la utilidad del valor actuarial del juego,  $E(Z)$ , y menos la prima por riesgo,  $\pi(W,Z)$ .

Trabajando el lado derecho de la ecuación anterior, y asumiendo que  $E(Z) = 0$ , tenemos lo siguiente:

$$U[ W + E(Z) - \pi(W,Z) ] = U[ W - \pi(W,Z) ] \text{ (ecuación 2)}$$

Al aplicar una expansión de Taylor a la ecuación 2, se tiene lo siguiente:

$$U[W - \pi] = U(W) - \pi U'(W) + \text{los términos de orden de a lo más } \pi^2 \quad \textbf{(ecuación 3)}$$

Para el caso del lado izquierdo de la ecuación 1, al aplicar la expansión de Taylor se tiene lo siguiente:

$$E[U(W + Z)] = E[U(W) + Z U'(W)] + \frac{1}{2} \sigma_Z^2 U''(W) + \text{los términos de orden de a lo más } Z^3$$

$$E[U(W + Z)] = U(W) + \frac{1}{2} \sigma_Z^2 U''(W) + \text{los términos de orden más pequeños que } \sigma_Z^2 \quad \textbf{(ecuación 4)}$$

Lo anterior es válido debido a las siguientes tres condiciones:

$$E[U(W)] = U(W), \text{ la riqueza actual no es aleatoria.}$$

$$E(Z) = 0, \text{ el riesgo es actuarialmente neutral.}$$

$$E(Z^2) = \sigma_Z^2, \text{ ya que } \sigma_Z^2 = E[(Z) - E(Z)]^2$$

Igualando las ecuaciones 3 y 4, se tiene:

$$U(W) - \pi U'(W) + \dots = U(W) + \frac{1}{2} \sigma_Z^2 U''(W) + \dots \quad \textbf{(ecuación 5)}$$

Resolviendo la ecuación 5 para la prima por riesgo  $\pi$ , se tiene lo siguiente:

$$\pi = \frac{1}{2} \sigma_Z^2 \left( - \frac{U''(W)}{U'(W)} \right)$$

Esta última ecuación es se denomina medida de prima por riesgo de Arrow-Pratt.

Ya que la expresión  $\frac{1}{2} \sigma_Z^2$  es siempre positiva, el signo de la prima por riesgo siempre se determina por el signo de la expresión que está entre paréntesis. Es por ello que denominaremos a la expresión que está entre paréntesis como aversión absoluta al riesgo (ARA):

$$ARA = \left( - \frac{U''(W)}{U'(W)} \right)$$

Se denomina aversión absoluta porque mide la aversión al riesgo para un nivel dado de riqueza. La definición de aversión al riesgo propuesta por Arrow-Pratt es muy útil ya que da

una mirada mucho más completa respecto del comportamiento de las personas al momento de tener que enfrentar al riesgo.

La evidencia empírica nos da luces en cuanto a que ARA decrecerá probablemente en la medida que nuestra riqueza aumenta. Es decir, un juego cuyo costo sea igual a \$100.000 podrá parecer algo trivial para un millonario, pero no así para una persona muy pobre, la cual será bastante aversa al riesgo al momento de querer pagar dicha cifra por entrar al juego.

Al multiplicar ARA por el nivel de riqueza ( $W$ ) se obtiene una medida de aversión relativa denominada RRA. Esto es:

$$RRA = -W \times \left( \frac{U''(W)}{U'(W)} \right)$$

A partir de la aversión relativa al riesgo se puede suponer que una aversión constante relativa al riesgo significa que una persona tendrá una aversión al riesgo constante frente a la pérdida proporcional de la riqueza aun cuando el incremento absoluto de la pérdida se incremente en la medida que la riqueza también aumente.

En general, la literatura financiera indica que la utilidad marginal de la riqueza es positiva y ésta decrece en la medida que el ingreso aumenta.

Esto es, la medida ARA decrece en la medida que la riqueza aumenta, y por lo tanto  $\frac{d(ARA)}{dW} < 0$ , mientras que la medida RRA es constante, es decir  $\frac{d(RRA)}{dW} = 0$ .

Pues bien, cualquier inversionista que se tenga, sea éste averso o no al riesgo, buscará maximizar la utilidad esperada de su riqueza. El rol de la utilidad esperada puede ser utilizado para presentar la economía de la elección bajo incertidumbre. Por lo tanto, un activo (o cartera de activos) se dice que es estocásticamente dominante sobre otro activo (o cartera de activos) si es que una persona recibe mayor riqueza de éste en cualquier estado de la naturaleza. Esta definición es conocida como dominancia estocástica de primer orden. En términos estadísticos, se traduce en señalar que la dominancia estocástica de primer orden se cumple cuando la distribución acumulada de probabilidades del activo que domina se encuentra siempre a la derecha de la distribución acumulada de probabilidades del activo dominado.

Además, existirá dominancia estocástica de segundo orden cuando se tenga el caso en que la utilidad marginal de la riqueza es positiva pero creciente. En otras palabras, las funciones de utilidad son no decrecientes y estrictamente cóncavas, por lo que se asume que las personas son aversas al riesgo. Lo anterior significa también que para que un activo domine estocásticamente a otro activo en un escenario de personas aversas al riesgo, el área bajo la curva de la distribución acumulada de probabilidades del activo dominado será mayor al área bajo la curva de la distribución de probabilidades acumulada del activo dominante. Independiente del nivel de riqueza que se tenga. Esto significa en términos gráficos que, a diferencia de la dominancia estocástica de primer orden, las curvas de función de densidades de probabilidades acumuladas de ambos activos se pueden cruzar.

Si tomamos en cuenta la política de diversificación permitida por la SUSESO, se puede observar que ésta es lo suficiente mente conservadora con tal de no incurrir en riesgo alguno que provenga de la renta variable, salvo para el Fondo de Reserva de Pensiones Adicional. Las sensibilizaciones hechas en esta asesoría muestran que no es mucho lo que se gana en rentabilidad al liberar las restricciones de inversión de los fondos regulados, permitiendo en ese escenario el poder invertir en portafolios bien diversificados de renta variable.

De acuerdo a los gráficos entregados por las sensibilizaciones hechas en esta consultoría, podemos ver que es cierto que la renta variable internacional ofrece una rentabilidad esperada superior a la otorgada por los instrumentos de renta fija que actualmente están autorizados por parte del regulador, incluso superior a la renta variable nacional medida a través de la diversificación entregada por el índice IPSA. No obstante, también es cierto que se debe tener en cuenta que la actividad principal de una Mutualidad no es ganar el dinero a partir de la rentabilidad otorgada por sus activos financieros sino que más bien su rol principal como entidad aseguradora es la de mantener los instrumentos financieros necesarios que focalicen su atención en el negocio de la cobertura de pasivos más que en rentabilizar las inversiones.

Ahora bien, lo anterior no quiere decir que el regulador no pueda permitir la renta variable en un grado similar al que se tiene con los Fondos D y E de las Administradoras de Fondos de Pensiones. Estas oportunidades de inversión sí permitirían obtener una frontera de inversión mejor a la actualmente regulada para algunos portafolios, pero no para todos. Al respecto, la figura 7 muestra las fronteras de los Fondos D y E de las AFP's, en conjunto con la actual regulación de la SUSESO.

En cuanto a la posibilidad de permitir la inversión en instrumentos más riesgosos, el regulador nunca debe olvidar que las rentabilidades medidas deben tomar siempre en cuenta la relación riesgo retorno. Es decir, cuántas son las unidades de retorno obtenidas por cada una de las unidades de riesgo en que un inversionista incurrió. Sobre esta materia, Chaparro y Foxley (2010)<sup>5</sup> presentan un estudio que analiza el comportamiento y desempeño ajustado por riesgo de los Fondos de Pensiones para el caso chileno.

Estos autores señalan que si el riesgo es una variable que debe considerar al momento de tomar las decisiones de inversión, entonces parece lógico tomar en cuenta la construcción de indicadores que lo cuantifiquen. Una vez construidos estos indicadores, es esperable su utilización en la evaluación del desempeño de las inversiones realizadas. Específicamente, la medición del desempeño de las inversiones debe tomar en cuenta la maximización del retorno al mismo tiempo que se minimiza el costo inherente que trae consigo una mayor exposición al riesgo.

En el caso del trabajo de estos autores, ellos obtienen resultados que consideran la ausencia y la presencia de una de las crisis financieras más importantes de la historia (crisis subprime del año 2008). Sus resultados indican que durante el periodo de estabilidad

---

<sup>5</sup> Agustín Chaparro y Juan Foxley. "El desempeño ajustado por riesgo de los multifondos de pensiones en Chile". Universidad Alberto Hurtado. 2010.

económica, el Fondo A, el cual posee la cartera con el mayor porcentaje de renta variable, fue a su vez el fondo más eficiente, mientras que el Fondo E, el cual posee la cartera con el mayor porcentaje de renta fija, fue el fondo más ineficiente (estas conclusiones se logran mediante la aplicación del Índice de Sharpe<sup>6</sup>). Sin embargo, cuando se incluyó el periodo de la crisis financiera en el cálculo del Índice de Sharpe, se produjo un reordenamiento en los desempeños relativos de los distintos fondos.

A partir del análisis de la variación en los componentes del Índice de Sharpe entre los periodos de estabilidad y crisis, se observó la existencia de una relación entre el efecto de la crisis y la variación en los componentes del índice de Sharpe. Si bien esto no fue lineal, sí se pudo apreciar que mientras mayor es la componente de renta variable en las carteras de inversión de las AFP's, mayor es la disminución en el promedio de los excesos de retornos, y también mayor fue el aumento en las desviaciones estándar. Claramente, la disminución del retorno en exceso junto a un aumento de desviaciones estándares, hace que el desempeño financiero de retorno ajustado por riesgo disminuya, especialmente en las carteras que presentan una mayor componente de renta variable.

El que disminuyan los retornos ajustados por riesgo es de suma importancia y debe considerarse hoy más que nunca en función de las actuales turbulencias que sacuden con fuerza a los mercados financieros.

Por lo tanto, después de considerar las necesidades y los objetivos por los cuales una Mutualidad de Empleadores posee activos financieros en el lado izquierdo de su Balance, el regulador deberá tomar en cuenta si el hecho de incurrir en riesgos se condice o no con el rol de asegurador y de cobertura que se deben tener presentes al momento de velar por los recursos aportados a la industria por los empleadores, recursos que por cierto pertenecen a todos los trabajadores de nuestro país.

---

<sup>6</sup> El Índice de Sharpe se define como el exceso de retorno obtenido por cada unidad de riesgo de la inversión. Su fórmula matemática es:  $S = \frac{E(R-r_f)}{\sigma}$ . En esta fórmula, R es el rendimiento o retorno de la inversión, Rf es el retorno que representa un instrumento libre de riesgo, (R - r<sub>f</sub>) es el exceso de retorno comparado con una posición libre de riesgo, y σ es la volatilidad asociada al exceso de retorno de la inversión.

## **CAPÍTULO IX. RESULTADOS DE LA APLICACIÓN DEL MODELO DE OPTIMIZACIÓN**

A continuación se presentan los principales resultados obtenidos del proceso que buscan dar respuestas al objetivo b de esta consultoría.

Para el logro de este objetivo se realizaron entrevistas con personal de SUSESO, se seleccionó los índices representativos de los activos autorizados como respaldo, se realizaron pruebas estadísticas para conocer las propiedades estadísticas de las series de retornos seleccionados y se programaron las rutinas de optimización apropiadas dadas las características estadísticas de las variables utilizadas.

Las conclusiones, con relación a la actual composición y diversificación de los activos autorizados como respaldo, indican que:

Dada la técnica de optimización cuadrática utilizada, y primando el principio de diversificación, se descartó el uso de activos individuales en la optimización de portafolio y se prefirió el uso de índices representativos de inversiones autorizadas, tales como efectos de comercio, bonos corporativos, bonos de gobierno y letras hipotecarias. Las ventajas de esta elección han sido explicadas en el Capítulo V de este informe.

Si bien la distribución conjunta de retornos de instrumentos de renta fija se escapa de la distribución normal, creemos que al considerar la baja volatilidad de los retornos y la robustez de los resultados, la aplicación del modelo de media-varianza es eficiente y por lo tanto los resultados claves son estables.

Simulando varias centenas de portafolios se obtienen fronteras eficientes que consideren las restricciones actuales a la conformación de carteras de respaldo de Reserva de Eventualidades, Reserva de Pensiones y Fondo de Contingencia. Adicionalmente, se obtienen fronteras eficientes que relajen algunas de las restricciones cuantitativas, lo que nos da una indicación de la posible ganancia en eficiencia de relajar algunas de tales restricciones.

El análisis estadístico y de modelamiento cuantitativo debe ser complementado con juicio financiero y regulatorio, para considerar aspectos no modelables por limitaciones de datos o por la existencia de aspectos cualitativos que escapan a las posibilidades de una formulación matemática. Si bien hay ganancias en eficiencia al relajar las restricciones cuantitativas sobre las clases de activos de renta fija que se puede invertir (al considerar solamente esta clase de activos para rangos promedios de retornos esperados), las actuales restricciones no impiden alcanzar portafolios eficientes.

Al agregar una nueva clase de activo, no contemplada en la regulación actual, tal como la renta variable nacional e internacional, se logran leves ganancias en eficiencia, lo que podría hacer recomendable revisar la normativa, en el sentido de expandir a esta clase de activos las posibilidades de inversión. Sin embargo, esta recomendación se debe sopesar con la alta volatilidad inherente de esta clase de activos. Adicionalmente, las inversiones internacionales también se verán afectadas por las variaciones en el tipo de cambio (pesos chilenos por dólar americano). Cualquier decisión en esta dirección podría ir acompañado

de una política sobre cobertura cambiara que permitiera el uso de instrumentos derivados para cubrir la exposición al tipo de cambio.

Nuevas medidas de riesgos, tales como el VaR (Value-at-Risk) y el CVaR (Conditional Value-at-Risk), son relevantes de considerar si la distribución de los retornos se aleja ostensiblemente de la distribución de probabilidades normal, como es el caso de colas anchas, en caso contrario la ganancias en precisión pueden ser mínimas.

## 1. Estadística Descriptiva

En esta sección se muestra el análisis descriptivo de los datos incluyendo dos pruebas estadísticas de multinormalidad. Para los cálculos se ha usado el software R.

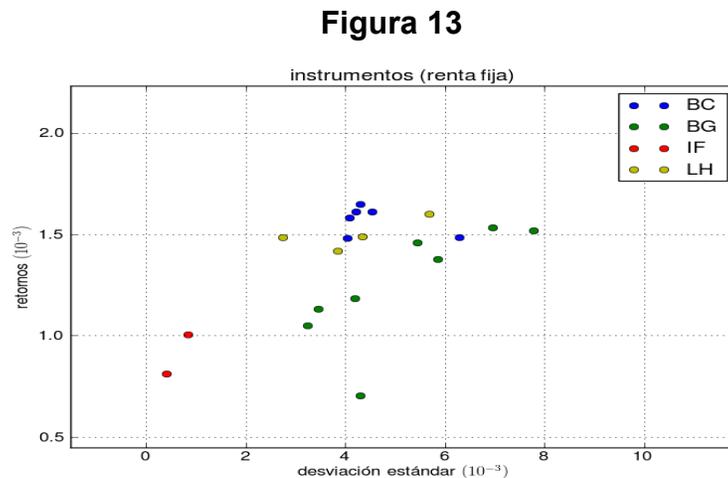
### 1.1 Análisis de los datos

Se han utilizado 23 series de retornos históricos semanales de 4 grupos de instrumentos entre el 15.10.2003 y el 25.9.2013 (N = 519). Los retornos se han calculado según el método descrito en las secciones anteriores y se han agrupado en 4 grupos según distintos criterios como se muestra a continuación.

- Bonos Corporativos según nivel de riesgo: BA, BA-, BA+, BAA, BAA-, BAA+.
- 9 Bonos de Gobierno según distintas duraciones: dur1-, dur2, dur3, dur4, dur5, dur6, dur7, dur8, dur9+.
- Intermediación Financiera en UF y Pesos: UF, CLP.
- Letras Hipotecarias según nivel de riesgo: HA, HAA, HAA-, HAA+.

Estos indicadores representan instrumentos de bajo riesgo debido al bajo nivel de variabilidad. Adicionalmente a este grupo de instrumentos se ha agregado en el análisis los índices de 2 instrumentos riesgosos S&P (en pesos) y el IPSA.

La figura 13 muestra la desviación-retorno considerando sólo los instrumentos de renta fija.



La figura 14 muestra la desviación-retorno considerando instrumentos de renta fija junto con los de renta variable. Asimismo, la Tabla 1 indica los pares respectivos.

**Figura 14**

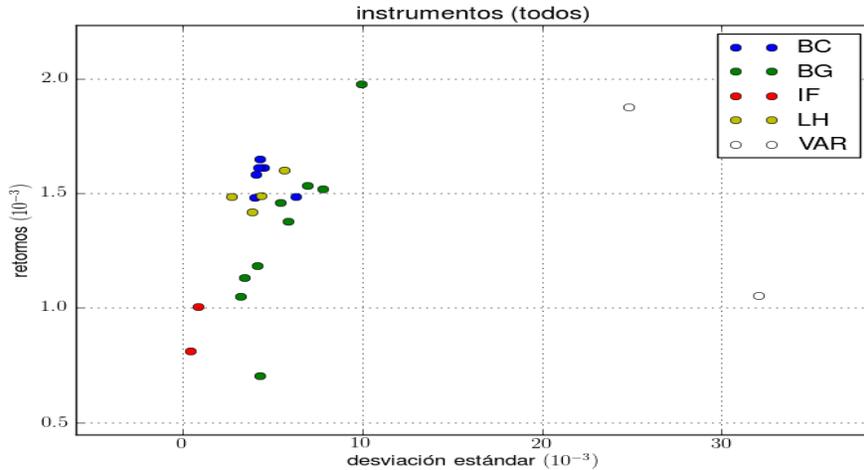


Figura 14: Gráfico riesgo-retorno semanales de todos los instrumentos.

**Tabla 5**  
**(Media y Desviación Estándar de cada portafolio)**

	BA	BA -	BA +	BAA	BAA -	BAA +	dur - 1	dur2	dur3	dur4	dur5	dur6	dur7	dur8	dur+9	UF	CLP	HA	HAA	HAA -	HAA +	S&P	IPSA
Media	1.61	1.49	1.65	1.61	1.58	1.48	0.70	1.05	1.13	1.18	1.46	1.38	1.53	1.52	1.98	1.01	0.81	1.60	1.42	1.48	1.49	1.88	1.05
Desviación Estándar	4.54	6.29	4.29	4.21	4.08	4.03	4.30	3.24	3.46	4.18	5.44	5.86	6.96	7.78	9.96	0.85	0.40	5.67	3.84	2.75	4.33	24.81	32.09

## 1.2 Tests de multinormalidad multivariada

Para probar si los retornos semanales de los instrumentos están “multinormalmente” distribuidos se ejecutaron dos tests recomendados por los autores Würtz, Chalabi, Chen y Ellis (2009). Éstos son el test multivariado de Shapiro y el test no paramétrico denominado e-statistics, o conocido también como energy test. Ambas pruebas estadísticas están implementadas en el software estadístico R que se ha utilizado. El test multivariado de Shapiro fue implementado en el paquete mvnormtest, mientras que el test no paramétrico E-statistics fue implementado en el paquete energy.

Ambas pruebas estadísticas rechazan la hipótesis nula que los retornos están normalmente distribuidos, porque arrojan p-valores cercanos a 0. Para los datos de retornos semanales (N = 519), el test multivariado de Shapiro arroja un estadístico W de 0,6448 y un p-value menor que 2,2e-16, mientras que el test energy entrega un e-statistic de 6.545.783.334.833.107.968 y un p-value menor a 2:2e-16. Hay que considerar que para realizar estas pruebas, se han considerado todas las observaciones, que incluyen un horizonte de 10 años de datos. Durante este largo período de tiempo es posible que las propiedades estadísticas de cada serie hayan sufrido transformaciones.

A continuación se presenta un gráfico del tipo boxplot, que indican que la distribución empírica univariada de los instrumentos de renta fija no presenta colas anchas.

**Figura 15**

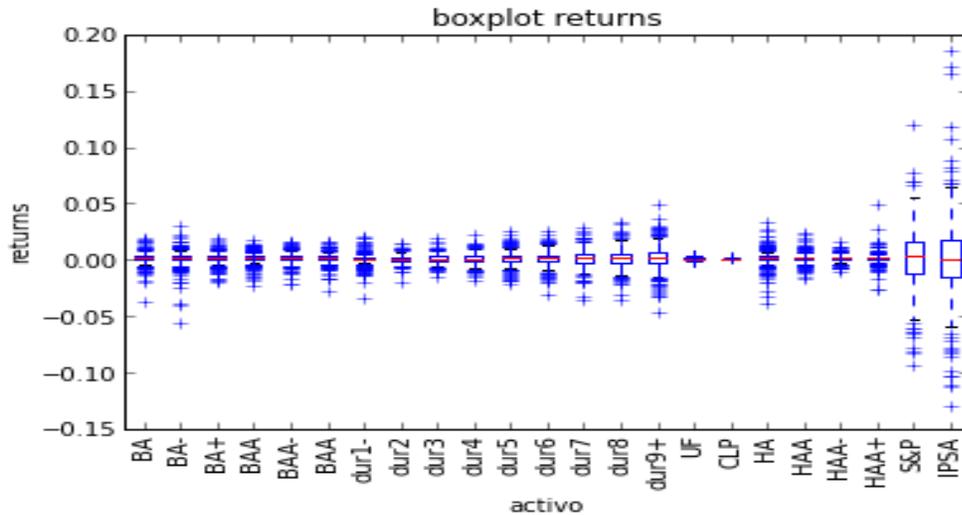


Figura 15: Boxplots de los retornos semanales de los 23 instrumentos.

## 2. Portfolios óptimos

El cálculo de portfolios óptimos se obtiene a partir de la teoría propuesta por H. Markowitz (Premio Nobel de Economía en 1990). Esta teoría sugiere un modelo de programación cuadrática para obtener al menos una solución. El modelo asume una función objetivo que maximiza el retorno esperado sujeta a la varianza de un portfolio  $x$  a determinar.

Como procedimiento del software utilizado, la varianza se pondera convenientemente por un parámetro no-negativo  $\mu$  que representa la preferencia del tomador de decisión por la respectiva varianza. Para cada valor de  $\mu$  se puede obtener un portfolio óptimo. Así, el conjunto de soluciones asociadas a cada uno de los valores de  $\mu$  representa la llamada curva frontera eficiente.

A continuación se detallará el modelo matemático que resuelve el problema del portfolio óptimo y la manera como se encontró la frontera eficiente. El modelo fue implementado en el software cvxopt para el lenguaje de programación Python.

### 2.1 El modelo de portafolios óptimos

De acuerdo a lo señalado en el Informe N°1, Capítulo 5, el proceso de optimización que atañe la obtención de la frontera eficiente se puede formular de dos maneras distintas:

- a) Maximizando el retorno esperado sujeta a un cierto nivel de varianza (riesgo).
- b) Minimizando la varianza (riesgo) para un cierto nivel de retorno esperado.

Estas formulaciones se presentan a continuación:

Para un portfolio de n activos, el proceso de optimización consiste en maximizar el retorno esperado del portfolio definido como:

$$E[R_p] = \sum_{j=1}^n x_j E(R_j)$$

el cual está sujeto a dos restricciones en términos de varianza (riesgo) y ponderadores. En el caso de la varianza, ésta se define como:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j Cov(R_i, R_j)$$

Mientras que la restricción de los ponderadores implica que la suma de los ponderadores de los activos tiene que ser igual al 100% de los recursos. Es decir, que la suma sea igual a 1 tal como se muestra en la siguiente fórmula:

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1$$

Una restricción adicional es la llamada restricción a la venta corta, que significa que cada ponderador debe ser mayor o igual a cero.

De manera alternativa, el mismo proceso anterior se puede ver desde el punto de vista de minimizar la varianza del portfolio, sujeto a un retorno esperado dado. Esto es:

$$\text{minimizar } \sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j Cov(R_i, R_j)$$

sujeto a:

$$E[R_p] = \sum_{j=1}^n x_j E(R_j) = z$$

y sujeto a

$$\sum_{j=1}^n x_j = 1$$

Con el proceso de optimización anterior se obtendrán los ponderadores  $x_1, x_2, \dots, x_n$  para cada nivel de retorno esperado  $z$ , los cuales minimizan la varianza del portfolio.

Asimismo, pero en términos matriciales, la optimización de portafolios se puede plantear como un problema de programación cuadrática como se detalla a continuación.

Supongamos que un portfolio se puede representar por un vector  $x$ , donde cada elemento del vector representa la fracción de la inversión en uno de los  $n$  ( $n > 1$ ) instrumentos disponibles.

De este modo, tenemos que  $x \geq 0$  y  $1^T x = 1$ , donde 1 representa un vector de unos, de dimensión n, mientras que T representa la operación transpuesta.

Supongamos que el retorno de los instrumentos tiene un comportamiento aleatorio con media  $\tilde{p}$  (vector n x 1) y matriz de varianza-covarianza S (matriz n x n). De acuerdo a la convención requerida por el software utilizado, se requiere de una preferencia  $\mu > 0$  de la varianza del portafolio x sobre el retorno esperado. De esta forma, al variar la variable  $\mu$  un sinnúmero de veces, es posible obtener de manera expedita el mismo número de portafolios eficientes a un mínimo costo computacional.

Según lo anterior, el modelo a resolver es:

$$\underset{x}{Min} \{ -\tilde{p}^T x + \mu x^T S x : 1^T x = 1 \text{ y } x \geq 0 \}$$

el cual es equivalente a las dos formulaciones planteadas anteriormente.

Al modelo base sin restricciones a la inversión definido recientemente se le agregan tres niveles de restricciones a los montos de los 5 tipos de instrumentos<sup>7</sup>. Esto es:

- a) No restringido
- b) Restricción baja
- c) Restricción media
- d) Restricción alta.

Hemos considerado la restricción media como la sugerida por el organismo regulador de SUSESO.

Además, consideramos 2 tipos de carteras:

- a) Cartera restringida.
- b) Cartera amplia.

La cartera restringida considera los primeros 4 tipos de instrumentos (bonos corporativos, bonos de gobierno, instrumentos de intermediación financiera y letras hipotecarias), mientras que la cartera amplia considera además los índices de renta variable correspondientes al Standard & Poor's 500 (S&P) y al IPSA.

En el caso de la renta variable, se ha seleccionado el S&P 500 debido a que representa a las principales 500 empresas de Estados Unidos, lo que asegura una representatividad de un portafolio global y asegura una buena liquidez. Por otra parte, en el caso de renta

---

<sup>7</sup> Estos 5 instrumentos corresponden a Bonos del Gobierno, Bonos Corporativos, Letras Hipotecarias, Instrumentos de Intermediación Financiera y Renta Variable.

variable nacional, se optó por utilizar el índice IPSA debido a que asegura un mejor nivel de liquidez en comparación al índice general IGPA.

Debemos señalar que en cuanto a la elección de las variables a considerar para el proceso de optimización, las optimizaciones se han realizado tomando como base los retornos de portafolios diversificados, es decir, a partir del uso de Índices. Lo anterior presupone la ausencia de concentración en emisores particulares, lo cual es coherente con una sana política de diversificación. En este sentido, no podemos opinar sobre rangos específicos de restricciones a los emisores pero dada nuestra experiencia estimamos que los rangos actuales de restricción por emisor son acordes a lo que dicta una sana política de diversificación.

Ahora bien, los escenarios analizados en el proceso de optimización son 14, los cuales se muestran en la siguiente tabla.

**Tabla 6**

<b>Escenario</b>	<b>Carteras</b>	<b>Restricciones</b>
<b>1</b>	Amplia (se incluye renta variable)	Sin restricciones
<b>2</b>		Alta
<b>3</b>		Media
<b>4</b>		Baja
<b>5</b>	Restringida (sólo renta fija) <b>Fondo de Contingencia y Fondo de Reserva de Pensiones</b>	Sin restricciones
<b>6</b>		Alta
<b>7</b>		Media
<b>8</b>		Baja
<b>9</b>	Amplia (se incluye renta variable) <b>Fondo de Reserva de Pensiones Adicional</b>	Sin restricciones
<b>10</b>		Alta
<b>11</b>		Media
<b>12</b>		Baja
<b>13</b>	Amplia (se incluye renta variable) <b>Fondo D y E de las AFP's</b>	Fondo D
<b>14</b>		Fondo E

Tabla 6: Los escenarios analizados se agrupan de acuerdo al tipo de cartera (amplia si considera los instrumentos S&P e IPSA) y el nivel de restricciones a la inversión (media corresponde a la exigida por el organismo regulador).

El modelo base representado en la expresión de minimización anterior (modelo base) se puede representar de manera extensiva y no matricial como allí aparece. Supongamos que el portafolio  $x$  de manera traspuesta queda definido como un vector fila dado por  $(x_1, \dots, x_n)$  de los  $n$  instrumentos. Claramente exigimos que  $x_j \geq 0$  para todo  $j \in \{1, \dots, n\}$ . Asimismo,

supongamos que el vector de retornos medios traspuesto es  $\tilde{p}^T = (\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_n)$  y la matriz de varianza-covarianza S, de dimensión n x n, está dada por los elementos  $s_{ij}$ .<sup>8</sup>

Entonces, para un nivel de preferencia  $\mu > 0$  del riesgo por sobre el retorno, el modelo base se puede representar de manera extensiva como:

$$\min_{(x_1, \dots, x_n)} \left\{ - \sum_{i=1}^n \tilde{p}_i x_i + \mu \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n s_{ij} x_i x_j : \sum_{i=1}^n x_i = 1 \text{ y } x_i \geq 0, \forall i \right\}$$

Los nombres de las variables, de acuerdo a cada instrumento, se muestran en las tablas siguientes:

**Tabla 7**

Tipo	A	A-	A+	AA	AA-	AA+
Variable	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$

Tabla 7: Bonos corporativos.

**Tabla 8**

Tipo	Dur-1	Dur2	Dur3	Dur4	Dur5	Dur6	Dur7	Dur8	Dur9+
Variable	$X_7$	$X_8$	$X_9$	$X_{10}$	$X_{11}$	$X_{12}$	$X_{13}$	$X_{14}$	$X_{15}$

Tabla 8: Bonos de gobierno según distintas duraciones.

**Tabla 9**

Tipo	UF	CLP
Variable	$X_{16}$	$X_{17}$

Tabla 9: Intermediación Financiera.

**Tabla 10**

Tipo	A	AA	AA-	AA+
Variable	$X_{18}$	$X_{19}$	$X_{20}$	$X_{21}$

Tabla 10: Letras hipotecarias.

Por lo tanto, a este modelo base le agregamos restricciones a la inversión, como explicamos antes, a cada uno de los grupos de instrumentos. Matemáticamente, las restricciones se

<sup>8</sup> Sabemos de la teoría estadística que S es simétrica y definida positiva

representan para los Fondos de Contingencia y Reserva de Pensiones de la siguiente manera:

- No más de una fracción  $r_1$  de bonos corporativos:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 < r_1$$

- No más del  $r_2$  de bonos de gobierno:

$$X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} < r_2$$

- No más del  $r_3$  de intermediación financiera:

$$X_{16} + X_{17} < r_3$$

- No más del  $r_4$  de letras hipotecarias:

$$X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} < r_4$$

- No más del  $r_5$  de letras hipotecarias e intermediación financiera:

$$X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} < r_5$$

Entonces, cada uno de los escenarios restringidos tendrá un valor de  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ,  $r_4$  y  $r_5$  como se muestra en la siguiente tabla.

**Tabla 11**  
**(Fondo de Contingencia y Reserva de Pensiones)**

Escenario	Cartera	Restricción	$r_1$	$r_2$	$r_3$	$r_4$	$r_5$
1	Amplia (se incluye renta variable)	Sin restricciones					
2		Alta	0,2	0,6	0,5	0,3	0,5
3		Media	0,3	0,7	0,6	0,4	0,6
4		Baja	0,4	0,8	0,7	0,5	0,7
5	Restringida (sólo renta fija)	Sin restricciones					
6		Alta	0,2	0,6	0,5	0,3	0,5
7		Media	0,3	0,7	0,6	0,4	0,6
8		Baja	0,4	0,8	0,7	0,5	0,7

Tabla 11: Los escenarios analizados se agrupan de acuerdo al tipo de cartera y el nivel de restricciones a la inversión  $r_i$ . El nivel de restricciones media es el exigido por el organismo regulador.

## 2.1 Resultados con inversiones restringidas a renta fija

Al aplicar las sensibilizaciones respectivas, junto con el proceso de optimización cuadrático antes descrito, los resultados nos muestran que la frontera que se logra bajo las restricciones establecidas por la SUSESO (línea roja de la figura 16) se asemeja bastante a la frontera eficiente que se logra en un mundo sin restricciones (mundo sin restricciones que sólo considera renta fija, línea azul de la figura 16).

Si bien la frontera eficiente que se logra en un modelo no restringido de renta fija permite alcanzar algunos portafolios con mayores retornos, también es cierto que esto significa mayores volatilidades. Del mismo modo, para alcanzar el portafolio superior localizado más a la derecha en la figura 16, no existe una relación lineal entre el retorno extra que se gana y la volatilidad extra en que se incurre. Por el contrario, se puede apreciar que el retorno extra que se gana es menor al riesgo extra en que se debe incurrir para lograr dicho portafolio. Así mismo, desde un punto de vista prudencial, no es recomendable invertir todo el capital de una Mutualidad en unos pocos activos, ya que esto iría en contra del principio de diversificación.

Podemos ver que la frontera que se logra con el actual modelo restringido de la SUSESO se superpone en gran parte de la frontera eficiente de un modelo no restringido, lo que nos permite sostener que no es justificable cambiar las reglas del juego bajo las cuales actualmente invierten las Mutualidades.

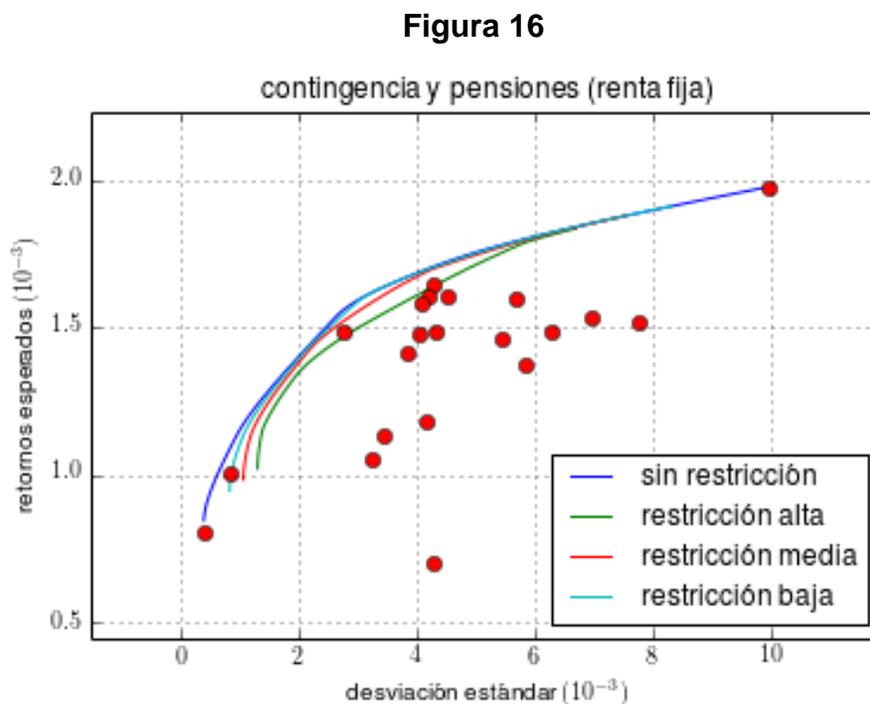


Figura 16: Gráfico con la frontera eficiente de un modelo no restringido y de 3 modelos restringidos, incluido el de la SUSESO, el cual se presenta en línea roja.

En la figura anterior se muestran las fronteras eficientes en el caso sin restricciones (curva azul) y con restricciones a la inversión (curvas verde, roja y celeste). En la medida que se van liberando las restricciones impuestas por la SUSESO, lo que se logra es que las nuevas

fronteras se vayan desplazando hacia la izquierda mientras que si se aumentan las restricciones, las fronteras se van desplazando hacia el interior de la frontera eficiente del modelo no restringido.

Distinto hubiese sido el caso en el que la frontera eficiente de un modelo restringido hubiese estado alejada de aquélla que se determina a partir de un modelo no restringido. Bajo ese escenario, la SUSESO hubiera tenido los fundamentos e incentivos para liberar las restricciones de inversión con tal de poder alcanzar de mejor forma la frontera de un modelo no restringido. Como esto último no es el caso, pensamos que es recomendable que la SUSESO siga con su política actual de diversificación establecida en las Circulares N°s 1.681 y 1.575.

## 2.2 Resultados con inversiones en renta fija y renta variable

A continuación se describen los principales resultados de agregar una nueva clase de activos, los instrumentos de renta variable nacional e internacional, representados por los índices IPSA y S&P 500 (el retorno en dólares de indicador S&P 500 ha sido transformado a retornos en pesos chilenos).

La inclusión de estos dos instrumentos se representa en la figura 17 como los dos nuevos puntos localizados más a la derecha en el plano desviación estándar – retorno esperado.

De la aplicación del modelo de optimización y de las sensibilizaciones respectivas, se puede concluir que la frontera eficiente no restringida cambia levemente, lo que significa que no aportaría a la eficiencia del proceso de inversión de las Mutuales el permitir invertir en renta variable.

Figura 17

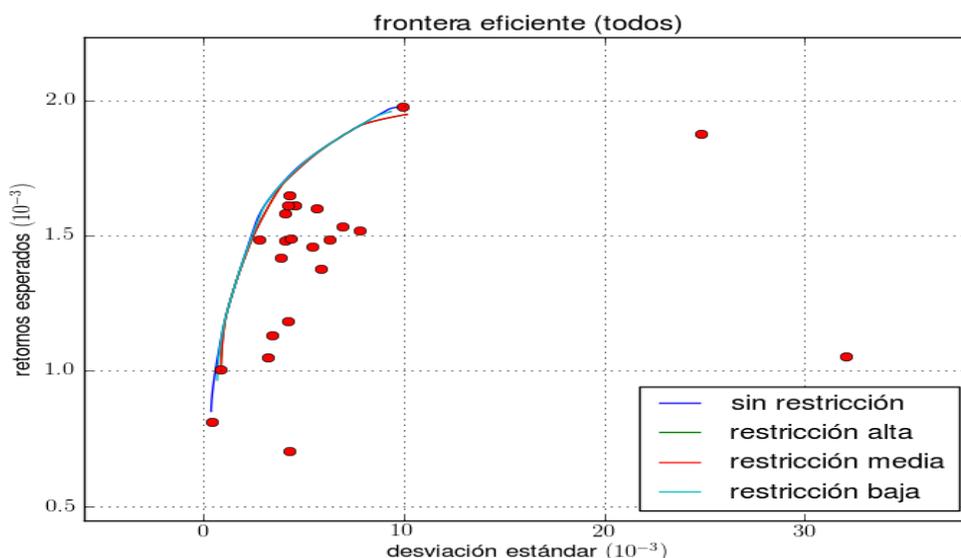


Figure 17: Fronteras eficientes para el caso de todos los instrumentos. A mayor restricción a la inversión, más pequeña es la frontera eficiente. Se presentan las fronteras sin restricción (azul), de restricción baja (calipso), de restricción media (roja) y de restricción alta (verde). La frontera con restricción media (curva roja) corresponde a la impuesta por el organismo regulador de SUSESO.

## 2.3 Resultados con inversiones en renta fija y renta variable: Fondo de Reserva de Pensiones Adicional

Este fondo posee reglas de inversión distintas al resto de las reservas, permitiéndosele por ejemplo inversión en activos de renta variable. Las restricciones a la inversión, como explicamos antes, a cada uno de los grupos de instrumentos, se representan matemáticamente como:

- Mínimo de  $r_6$  y no más de una fracción  $r_7$  de en bonos de gobierno:

$$r_6 < X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} < r_7$$

- No más del  $r_8$  de intermediación financiera:

$$X_{16} + X_{17} < r_8$$

- No más del  $r_9$  de letras hipotecarias:

$$X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} < r_9$$

- No más de una fracción  $r_{10}$  de bonos corporativos:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 < r_{10}$$

- No más del  $r_{11}$  de letras hipotecarias e intermediación financiera:

$$X_{16} + X_{17} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} < r_{11}$$

- No más del  $r_{12}$  de instrumentos de renta variable:

$$X_{23} < r_{12}$$

Entonces, cada uno de los escenarios restringidos tendrá un valor de  $r_6$ ,  $r_7$ ,  $r_8$ ,  $r_9$ ,  $r_{10}$ ,  $r_{11}$  y  $r_{12}$  como se muestra en la siguiente tabla.

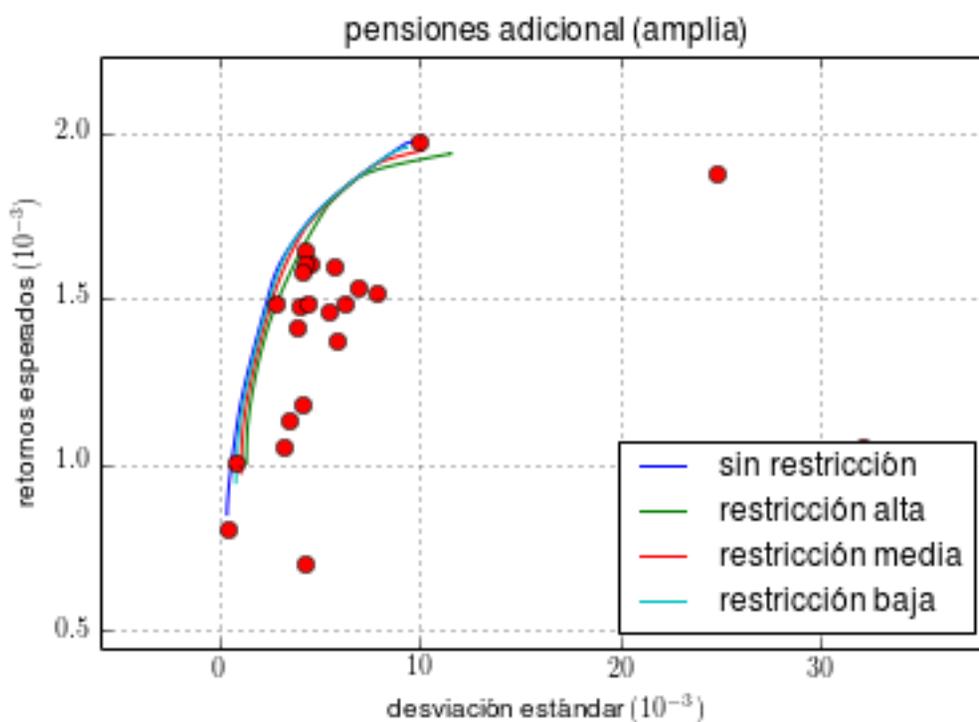
**Tabla 12**  
**(Fondo de Reserva de Pensiones Adicional)**

Escenario	Cartera	Restricción	$r_6$	$r_7$	$r_8$	$r_9$	$r_{10}$	$r_{11}$	$r_{12}$
9	Amplia (se incluye renta variable)	Sin restricciones							
10		Alta	0,4	0,6	0,5	0,3	0,2	0,5	0,4
11		Media	0,5	0,7	0,6	0,4	0,3	0,6	0,5
12		Baja	0,6	0,8	0,7	0,5	0,4	0,7	0,6

Tabla 12: Los escenarios analizados se agrupan de acuerdo al tipo de cartera y el nivel de restricciones a la inversión  $r_i$ . El nivel de restricciones media es el exigido por el organismo regulador.

Al aplicar las sensibilizaciones respectivas, junto con el proceso de optimización cuadrático antes descrito, los resultados nos muestran que la frontera que se logra bajo las restricciones establecidas por la SUSESO (línea roja de la figura 18) se asemeja bastante a la frontera eficiente que se logra en un mundo sin restricciones (mundo sin restricciones que posee renta fija y renta variable y que corresponde a la línea azul de la figura 18). Hay que notar que este Fondo de Reserva de Pensiones Adicional presenta prácticamente las mismas restricciones que los Fondos de Reserva de Pensiones y Fondo de Contingencia, con la excepción de que se permite invertir en renta variable nacional. Para efectos de simplificar los resultados, se ha supuesto que la renta variable nacional máxima que se permite invertir es igual al 50%, la que corresponde a la suma de Acciones (20%) más las cuotas de Fondos Mutuos (30%). Este 50% de renta variable se captura en su totalidad por el Índice IPSA. A diferencia de un mundo sin restricciones, la Figura 18 muestra una frontera que está influenciada por el mal rendimiento que ha tenido el Índice IPSA. Distinta hubiera sido la situación si es que se considerara la posibilidad de invertir en el extranjero, tal como lo muestra la Figura 18, la cual incorpora el Índice S&P 500.

**Figura 18**



Si bien la frontera eficiente que se logra en un modelo no restringido permite alcanzar algunos portafolios con mayores retornos, también es cierto que esto significa mayores volatilidades. Podemos ver que la frontera que se logra con el actual modelo restringido de la SUSESO aplicado al Fondo de Reserva de Pensiones adicional se superpone en gran parte de la frontera eficiente de un modelo no restringido, lo que nos permite sostener que no es justificable cambiar las reglas del juego bajo las cuales actualmente invierten las Mutualidades en el Fondo de Reserva de Pensión Adicional.

## 2.4 Resultados con inversiones en renta fija y renta variable: Fondos D y E de las AFP

Como un ejercicio adicional se propone estudiar el comportamiento de los Fondos D y E de las AFP. Estos fondos poseen reglas de inversión distintas al resto de las reservas, permitiéndosele por ejemplo inversión en activos de renta variable. Las restricciones a la inversión, como explicamos antes, a cada uno de los grupos de instrumentos, se representan matemáticamente como:

Para el Fondo D:

- No más de una fracción  $r_{13}$  en instrumentos de renta fija:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} < r_{13}$$

- Mínimo de  $r_{15}$  y no más de una fracción  $r_{14}$  de renta variable:

$$r_{15} < X_{22} + X_{23} < r_{14}$$

Para el Fondo E:

- No más de una fracción  $r_{16}$  en instrumentos de renta fija:

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + X_7 + X_8 + X_9 + X_{10} + X_{11} + X_{12} + X_{13} + X_{14} + X_{15} + X_{18} + X_{19} + X_{20} + X_{21} < r_{16}$$

- No más de una fracción  $r_{17}$  de renta variable:

$$X_{22} + X_{23} < r_{17}$$

Entonces, cada uno de los escenarios restringidos tendrá un valor de  $r_{13}$ ,  $r_{14}$ ,  $r_{15}$ ,  $r_{16}$ , y  $r_{17}$  como se muestra en la siguiente tabla.

**Tabla 13**  
**(Fondos D y E de AFP)**

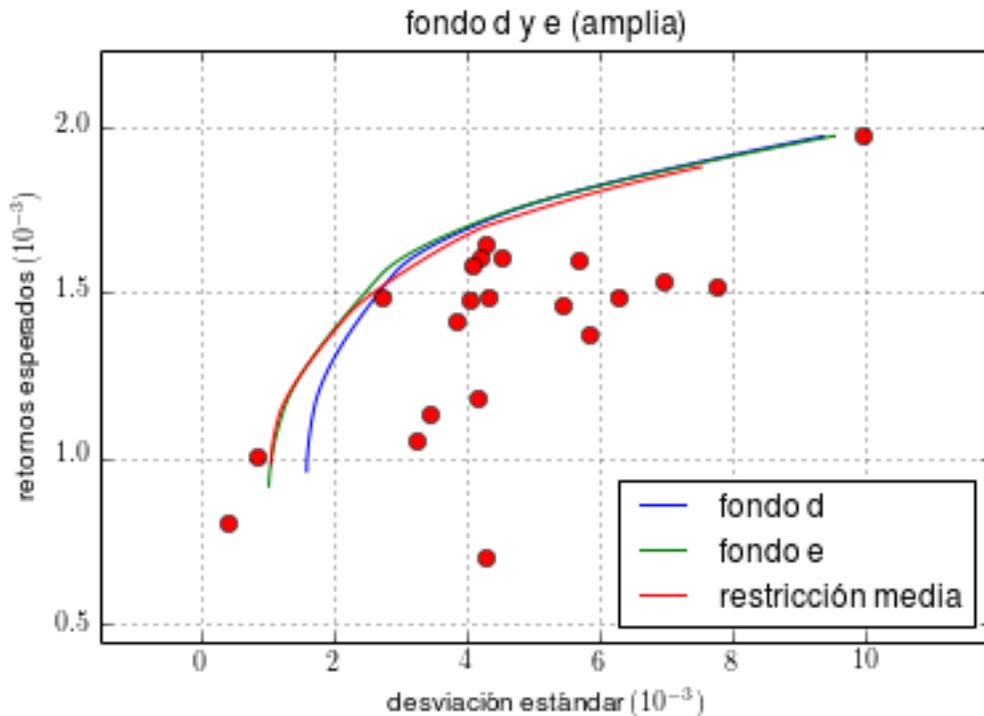
Escenario	Cartera	Restricción	$r_{13}$	$r_{14}$	$r_{15}$	$r_{16}$	$r_{17}$
13	Amplia (se incluye renta variable)	Fondo D	0,95	0,2	0,05		
14		Fondo E				0,95	0,05

Tabla 13: Los escenarios analizados se agrupan de acuerdo al tipo de cartera y el nivel de restricciones a la inversión  $r_i$ . Solo se considera las restricciones del organismo regulador.

Al aplicar las sensibilizaciones respectivas, junto con el proceso de optimización cuadrático antes descrito, los resultados nos muestran que las fronteras que se logran bajo las restricciones establecidas por los Fondos D y E (líneas azul y verde pertenecientes a la figura 19) se asemejan bastante a la frontera que se logra en un mundo con restricciones a

la inversión como aquél establecido por la SUSESO (mundo con restricciones descrito por la línea roja de la figura 19, para los Fondos de Reserva de Pensiones y Fondo de Contingencia).

**Figura 19**



El gráfico de la figura 19 muestra claramente que la incorporación de la renta variable, aun cuando ésta represente una pequeña participación en la cartera total, mejora la eficiencia de las carteras al tener dos curvas (líneas azul y verde) por sobre la curva definida por la SUSESO para los Fondos de Reserva de Pensiones y Fondo de Contingencia (línea roja). Sin embargo, hay que ver que en ciertos tramos de la frontera, las líneas verde (Fondo E) y roja (modelo SUSESO) superan a la curva azul (Fondo D). La notoriedad de esto se aprecia en el lado izquierdo de las curvas. Esto parece razonable ya que las rentabilidades del Fondo D se han visto superadas por el fondo más conservador (Fondo E), lo cual deja de manifiesto una vez más el riesgo y los menores retornos que se pueden obtener al incorporar la renta variable dentro de una cartera de inversión, especialmente en épocas de turbulencias financieras.

Sin embargo, si se analiza la parte derecha de la gráfica en la figura 19, la incorporación de la renta variable de los Fondos D y E hace que se puedan alcanzar puntos más rentables en comparación a los que se pueden obtener actualmente bajo el modelo restringido de la SUSESO. De todas formas, lo que se podría ganar en rentabilidad no es algo tan material en comparación al riesgo extra en que se debería incurrir. Por lo tanto, la decisión que deba tomar el regulador deberá tomar en cuenta la relación riesgo retorno en que se incurre con tal de velar por el valor de los activos que actualmente posee la industria de Mutualidades.

## 2.5 Resultados y Conclusiones de las Sensibilizaciones: Fondos de Contingencia, Reserva de Pensiones, Reserva de Eventualidades, Fondo de Reserva de Pensiones Adicional, Fondo D y E de las AFP

Las Figuras 16, 17, 18 y 19 resumen los principales resultados de las sensibilidades planteadas.

Si bien es cierto, estos resultados son poco intuitivos con respecto a lo esperado por la teoría moderna de finanzas, en el sentido de logran grandes ganancias en eficiencia al tener la posibilidad de invertir en portafolios no restringidos. Esto se puede deber a la realidad de las estimaciones de varianzas y covarianzas que se basan en datos históricos. Además, debe considerarse que el período analizado 2003-2013 incluye una de las mayores crisis financieras del último tiempo, haciendo que los retornos esperados de la renta variable sean menores a los que se han visto en el último tiempo de época post crisis.

La Tabla 14 presenta la matriz de correlaciones, en cuya diagonal se representa la correlación de cada variable con respecto a si misma. Se observa que las correlaciones más altas son entre subclases de un mismo tipo de instrumento. Se destaca que las correlaciones entre los instrumentos de renta variable y de renta fija son muy cercanas a cero, lo que ayuda a explicar el bajo impacto en la frontera eficiente de incorporar a la renta variable.

Tabla 14

	BA	BA -	BA +	BAA	BAA -	BAA +	dur - 1	dur2	dur3	dur4	dur5	dur6	dur7	dur8	dur + 9	UF	CLP	HA	HAA	HAA -	HAA +	S&P	IPSA
BA	1,00	0,43	0,77	0,78	0,73	0,67	0,03	0,10	0,22	0,31	0,27	0,29	0,32	0,33	0,36	0,00	- 0,10	0,26	0,24	0,48	0,21	- 0,06	- 0,06
BA -	0,43	1,00	0,55	0,47	0,49	0,53	0,02	0,03	0,11	0,14	0,16	0,17	0,17	0,15	0,19	0,01	- 0,11	0,34	0,24	0,36	0,20	- 0,07	0,06
BA +	0,77	0,55	1,00	0,87	0,82	0,80	0,08	0,19	0,28	0,31	0,31	0,34	0,34	0,33	0,36	- 0,01	- 0,09	0,35	0,31	0,53	0,22	- 0,04	- 0,08
BAA	0,78	0,47	0,87	1,00	0,88	0,79	0,03	0,13	0,22	0,24	0,24	0,27	0,26	0,26	0,28	0,02	- 0,07	0,32	0,32	0,55	0,20	- 0,05	- 0,05
BAA -	0,73	0,49	0,82	0,88	1,00	0,76	0,12	0,21	0,29	0,30	0,26	0,27	0,26	0,25	0,28	0,05	- 0,04	0,34	0,33	0,53	0,23	- 0,07	- 0,06
BAA +	0,67	0,53	0,80	0,79	0,76	1,00	0,06	0,17	0,27	0,29	0,27	0,26	0,29	0,30	0,30	- 0,00	- 0,09	0,31	0,31	0,51	0,19	- 0,04	0,03
dur - 1	0,03	0,02	0,08	0,03	0,12	0,06	1,00	0,60	0,38	0,21	0,06	0,02	0,02	0,01	0,03	0,07	0,11	0,01	0,05	0,06	0,04	0,04	0,12
dur2	0,10	0,03	0,19	0,13	0,21	0,17	0,60	1,00	0,68	0,52	0,30	0,30	0,27	0,28	0,24	0,03	0,14	0,08	0,11	0,13	0,11	0,09	0,03
dur3	0,22	0,11	0,28	0,22	0,29	0,27	0,38	0,68	1,00	0,77	0,54	0,56	0,58	0,58	0,47	- 0,04	0,13	0,15	0,19	0,22	0,15	0,04	- 0,01
dur4	0,31	0,14	0,31	0,24	0,30	0,29	0,21	0,52	0,77	1,00	0,73	0,71	0,73	0,70	0,64	0,00	0,14	0,17	0,17	0,23	0,14	0,01	- 0,04
dur5	0,27	0,16	0,31	0,24	0,26	0,27	0,06	0,30	0,54	0,73	1,00	0,77	0,77	0,69	0,67	- 0,02	0,13	0,23	0,17	0,19	0,15	0,01	- 0,05
dur6	0,29	0,17	0,34	0,27	0,27	0,26	0,02	0,30	0,56	0,71	0,77	1,00	0,81	0,77	0,73	0,01	0,08	0,20	0,14	0,20	0,15	0,01	- 0,05
dur7	0,32	0,17	0,34	0,26	0,26	0,29	0,02	0,27	0,58	0,73	0,77	0,81	1,00	0,90	0,78	0,04	0,10	0,19	0,17	0,20	0,15	- 0,01	- 0,06
dur8	0,33	0,15	0,33	0,26	0,25	0,30	0,01	0,28	0,58	0,70	0,69	0,77	0,90	1,00	0,78	0,03	0,06	0,17	0,11	0,20	0,13	- 0,01	- 0,08
dur + 9	0,36	0,19	0,36	0,28	0,28	0,30	0,03	0,24	0,47	0,64	0,67	0,73	0,78	0,78	1,00	0,06	0,04	0,20	0,12	0,17	0,11	- 0,01	- 0,06
UF	0,00	0,01	- 0,01	0,02	0,05	- 0,00	0,07	0,03	- 0,04	0,00	- 0,02	0,01	0,04	0,03	0,06	1,00	0,40	0,10	0,08	0,14	0,09	- 0,14	- 0,01
CLP	- 0,10	- 0,11	- 0,09	- 0,07	- 0,04	- 0,09	0,11	0,14	0,13	0,14	0,13	0,08	0,10	0,06	0,04	0,40	1,00	- 0,02	0,03	- 0,02	0,03	- 0,05	- 0,04
HA	0,26	0,34	0,35	0,32	0,34	0,31	0,01	0,08	0,15	0,17	0,23	0,20	0,19	0,17	0,20	0,10	- 0,02	1,00	0,20	0,39	0,24	- 0,06	0,05
HAA	0,24	0,24	0,31	0,32	0,33	0,31	0,05	0,11	0,19	0,17	0,17	0,14	0,17	0,11	0,12	0,08	0,03	0,20	1,00	0,42	0,35	0,01	0,04
HAA -	0,48	0,36	0,53	0,55	0,53	0,51	0,06	0,13	0,22	0,23	0,19	0,20	0,20	0,17	0,14	- 0,02	0,39	0,42	1,00	0,32	- 0,03	- 0,03	- 0,00
HAA +	0,21	0,20	0,22	0,20	0,23	0,19	0,04	0,11	0,15	0,14	0,15	0,15	0,15	0,13	0,11	0,09	0,03	0,24	0,35	0,32	1,00	0,04	0,05
S&P	- 0,06	- 0,07	- 0,04	- 0,05	- 0,07	- 0,04	0,04	0,09	0,04	0,01	0,01	0,01	- 0,01	- 0,01	- 0,01	- 0,14	- 0,05	- 0,06	0,01	- 0,03	0,04	1,00	0,04
IPSA	- 0,06	0,06	- 0,08	- 0,05	- 0,06	0,03	0,12	0,03	- 0,01	- 0,04	- 0,05	- 0,05	- 0,06	- 0,08	- 0,06	- 0,01	- 0,04	0,05	0,04	- 0,00	0,05	0,04	1,00

Tabla 14: Matriz de Correlaciones

Desde un punto de vista prudencial, el regulador debe considerar que siempre existe la posibilidad de crisis en los mercados globales, lo que afectará en mayor medida el rendimiento de los instrumentos de renta variable, por lo que cualquier decisión en esta materia no es sencilla y debe ser siempre vista y sopesada desde un punto de vista prudencial. Por lo tanto, y teniendo en cuenta el bajo retorno esperado obtenido en este estudio para la renta variable, el incorporar los períodos de crisis en el proceso de optimización es mucho más sensato y real que el querer realizar un estudio que aisle los efectos de una crisis financiera.

Así como se presentó en este reporte el concepto de aversión al riesgo, hay que considerar que el Estado es el garante en última instancia de los compromisos contraídos por las mutualidades. Si se plantea que el gobierno es averso al riesgo, estaría en su mejor interés reducir los riesgos potenciales.

Hay que recordar que las simulaciones se han realizado con datos históricos, por lo que sería recomendable recalibrar estas estimaciones en períodos de tres a cuatro años, con el propósito de considerar no sólo la nueva información disponible, sino que el surgimiento de nuevas bases de datos y posibles nuevas alternativas de inversiones.

Con todo lo visto en el desarrollo de este informe, el levantamiento de restricciones a la inversión de las Mutualidades no puede descartarse de plano, sino que debe ser considerado dentro de un proceso más amplio que considere los beneficios, costos y riesgos de permitir mayores oportunidades de inversión.

## **2.6 Rentabilidad empírica de las Mutualidades**

Una vez obtenida la frontera eficiente del análisis media-varianza, los datos de ésta se cotejaron con las rentabilidades obtenidas por las Mutualidades de Empleadores. Esto se hizo con el fin de averiguar la eficiencia de las carteras empíricas que han administrado las Mutualidades, en comparación al benchmark determinado por el proceso de optimización. Sin embargo, debemos aclarar que interpretar este análisis y sus conclusiones deben tener en cuenta que no se cuenta con una completa rigurosidad de análisis ya que la frontera eficiente que se determinó en la asesoría para el modelo restringido propuesto por la SUSESO considera datos históricos por un período de 10 años. Sin embargo, los datos de rentabilidad y de volatilidad encontrados en las Mutualidades sólo abarcan un horizonte de no más de 2 años. Esto, en virtud de que no se disponían de más datos históricos por parte de la SUSESO para el cálculo de la rentabilidad de las carteras de las Mutualidades.

En cuanto a la información proporcionada por la SUSESO, sólo se dispuso de la información de los años 2012 y 2013 de tan sólo dos de las tres Mutualidades que conforman la industria. Para el caso de la Mutua 1, se tuvo información de los años 2012 y 2013, mientras que para la Mutua 2 se tuvo la información del año 2012 y sólo los primeros 7 meses del año 2013. En el caso de la Mutua 3, no se contó con la información de esta institución debido a que presentaba problemas que ensuciaban los datos de rentabilidad diaria.

Al respecto, podemos señalar que la frontera eficiente obtenida para un escenario restringido (tal como lo presenta la SUSESO para el Fondo de Contingencia y para el Fondo de Reserva de Pensiones - Circulares N°s 1.681 y 1.686 -), nos entrega rentabilidades nominales que van desde el 0,099% semanal (5,25% anual nominal) al 0,19% semanal (10,25% anual nominal). Para estos mismos valores, el nivel de riesgo medido en términos de la volatilidad semanal va desde un valor de 0,001 (0,0076 anual) hasta un 0,0075 (0,054 anual).

En cuanto al análisis comparativo que se puede realizar, y tal como se mencionó anteriormente, la opción fue comparar la relación riesgo retorno de las dos Mutualidades de las que se tiene información con los resultados obtenidos para la frontera eficiente de un

modelo restringido y de un modelo no restringido, frontera que a su vez ha sido considerada como el benchmark contra el cual se pueden comparar los resultados empíricos.

Los resultados de rentabilidad y riesgo semanales obtenidos por las Mutualidades, cuyo horizonte de tiempo de cálculo corresponde a 1 año y 7 meses (período de tiempo común a las dos Mutualidades de las que se tienen datos), se presentan en las siguientes tablas:

**Tabla 15**  
**Riesgo y Retorno para 2 Mutualidades asociados con el Fondo de Contingencia**

Institución	Métrica	Fondo de Contingencia	Modelo Restringido SUSESO
Mutual 1	Retorno semanal	0,001126	0,001126
	Riesgo semanal	0,001449	0,001170
Mutual 2	Retorno semanal	0,001209	0,001209
	Riesgo semanal	0,001340	0,001360

**Tabla 16**  
**Relación riesgo – retorno para el Fondo de Contingencia**

Institución	Métrica	Fondo de Contingencia
Mutual 1	Relación Riesgo-Retorno ( $\sigma/\mu$ )	1,286856
Mutual 2	Relación Riesgo-Retorno ( $\sigma/\mu$ )	1,108354

**Tabla 17**  
**Riesgo y Retorno para 2 Mutualidades asociados con el Fondo de Reserva de Pensiones**

<b>Institución</b>	<b>Métrica</b>	<b>Fondo de Reserva de Pensiones</b>	<b>Modelo Restringido SUSESO</b>
<b>Mutual 1</b>	<b>Retorno semanal</b>	<b>0,001250</b>	<b>0,001250</b>
	<b>Riesgo semanal</b>	<b>0,001753</b>	<b>0,001494</b>
<b>Mutual 2</b>	<b>Retorno semanal</b>	<b>0,001263</b>	<b>0,001263</b>
	<b>Riesgo semanal</b>	<b>0,001219</b>	<b>0,001530</b>

**Tabla 18**  
**Relación riesgo – retorno para el Fondo de Reserva de Pensiones**

<b>Institución</b>	<b>Métrica</b>	<b>Fondo de Contingencia</b>
<b>Mutual 1</b>	<b>Relación Riesgo-Retorno (<math>\sigma/\mu</math>)</b>	<b>1,402400</b>
<b>Mutual 2</b>	<b>Relación Riesgo-Retorno (<math>\sigma/\mu</math>)</b>	<b>0,965162</b>

**Tabla 19**  
**Riesgo y Retorno para 2 Mutualidades asociados con el Fondo de Reserva Adicional de Pensiones**

Institución	Métrica	Fondo de Reserva Adicional de Pensiones	Modelo Restringido SUSESO
<b>Mutual 1</b>	<b>Retorno semanal</b>	<b>0,000870</b>	<b>0,000870</b>
	<b>Riesgo semanal</b>	<b>0,003069</b>	<b>0,001062</b>
<b>Mutual 2</b>	<b>Retorno semanal</b>	<b>0,001309</b>	<b>0,001309</b>
	<b>Riesgo semanal</b>	<b>0,002221</b>	<b>0,001680</b>

En el caso del Fondo de Reserva Adicional de Pensiones, se utilizaron sólo 15 meses (y no 19), debido a que la Mutual 1 presenta esta cartera sólo a partir de mayo de 2012. Por su parte, la Mutual 2 lo tiene desde enero de 2012. Para que ambas muestras fueran comparables en el tiempo, se utilizó la data desde mayo de 2012 hasta julio de 2013.

**Tabla 20**  
**Relación riesgo – retorno para el Fondo de Reserva Adicional de Pensiones**

Institución	Métrica	Fondo de Contingencia
<b>Mutual 1</b>	<b>Relación Riesgo-Retorno (<math>\sigma/\mu</math>)</b>	<b>3,527586</b>
<b>Mutual 2</b>	<b>Relación Riesgo-Retorno (<math>\sigma/\mu</math>)</b>	<b>1,696715</b>

**Tabla 21**  
**Riesgo y Retorno para 2 Mutualidades asociados con el Fondo de Libre Disposición**

Institución	Métrica	Fondo de Libre Disposición	Modelo No Restringido
Mutual 1	Retorno semanal	0,000652	0,000652
	Riesgo semanal	0,007766	0,000391
Mutual 2	Retorno semanal	0,001172	0,001172
	Riesgo semanal	0,003845	0,001059

**Tabla 22**  
**Relación riesgo – retorno para el Fondo de Libre Disposición**

Institución	Métrica	Fondo de Contingencia
Mutual 1	Relación Riesgo-Retorno ( $\sigma/\mu$ )	11,911043
Mutual 2	Relación Riesgo-Retorno ( $\sigma/\mu$ )	3,280717

La primera comparación que se puede hacer de manera directa es aquella relacionada entre los riesgos y retornos de las dos Mutualidades. Es decir, para un mismo horizonte de tiempo, se puede comparar la relación riesgo-retorno en cuanto a definir cuántas son las unidades de riesgo incurridas por cada unidad de retorno obtenida, es decir, el cociente  $\sigma/\mu$ , donde  $\sigma$  representa el riesgo y  $\mu$  representa el retorno obtenido.

De acuerdo a la información entregada en las tablas anteriores, y en términos de gestión de riesgo, en los 4 fondos existe una mejor eficiencia en la Mutual 2, acentuándose estas diferencias en los fondos que incluyen la renta variable. El caso más notorio es el que se da en el Fondo de Libre Disposición, en donde la Mutual 1 incurre en casi 12 unidades de riesgo por cada unidad de retorno obtenida, versus las 3 unidades de riesgo en que ha incurrido la Mutual 2.

Además, el segundo análisis que se puede desprender es comparar el nivel de riesgo, medido en términos de desviación estándar, que han alcanzado estas dos Mutualidades en comparación al benchmark, tanto de un modelo restringido como no restringido. Respecto de esto último, si bien se puede obtener una comparación, debemos señalar que no sería una comparación robusta ya que el horizonte de tiempo utilizado para obtener el benchmark es igual a 10 años, mientras que las rentabilidades y riesgos encontrados para las dos Mutualidades sólo considera un plazo no superior a los 19 meses. Si asumiéramos como válido este tipo de comparación, se puede apreciar que para cualquiera de las rentabilidades semanales promedio encontradas para la Mutual 1, éstas siempre han debido incurrir en un riesgo mayor al definido por el benchmark, es decir, la volatilidad del retorno promedio semanal de dicha Mutual supera a la volatilidad definida previamente por el benchmark. En el caso de la Mutual 2, esta situación es similar pero sólo en los fondos que presentan renta variable, es decir, en el Fondo de Reserva Adicional de Pensiones y en el Fondo de Libre Disposición. Por el contrario, en los Fondos de Contingencia y de Reserva de Pensiones, para un determinado nivel de retorno promedio semanal, el riesgo incurrido por la Mutual 2 es menor al definido por el benchmark.

Reiteramos que estas últimas conclusiones no pueden ser consideradas como robustas debido a que los horizontes de tiempo en que fueron calculados tanto la rentabilidad como el riesgo, no son iguales. Y valga la redundancia, sólo han sido expuestos para efectos demostrativos.

Por lo tanto, un análisis superior y robusto se podría obtener si es que se dispusiera de mayor data de retornos para las carteras de estas dos Mutualidades ya que no correspondería disminuir el horizonte de tiempo con que se ha obtenido la frontera eficiente de inversiones, o benchmark.

Asimismo, también sería deseable obtener los datos de la Mutual 3, con tal de tener una opinión más acabada de la industria de Mutualidades.

## **2.7 Complementos al control cuantitativo por parte de la SUSESO**

Actualmente, la SUSESO realiza un control cuantitativo sobre las inversiones que realizan las Mutualidades de Empleadores. Este control cuantitativo significa verificar que las inversiones cumplan con los vértices de riesgo estipulados en la normativa vigente. La presente consultoría se centró en analizar la eficiencia de tales vértices de riesgo.

Se podría pensar que la regulación a las inversiones de la industria de las AFP's es aplicable a la industria de las Mutualidades. Sin embargo, hay algunas diferencias de fondo que son importantes de considerar, que hacen que SUSESO deba prestar especial atención al riesgo de los fondos de las Mutualidades.

De acuerdo a la literatura internacional, el sistema de ahorro de las AFP's se clasifica como "defined contribution", lo que significa que el ahorrante sabe cuánto aporta al sistema pero no sabe cuánto va a recibir. Es decir, el riesgo de inversión lo enfrenta el ahorrante. Sin embargo, para el sistema de las Mutualidades, el riesgo es absorbido en una primera instancia por las empresas afiliadas y en última instancia por el Estado, el cual es solidariamente responsable. Luego que un trabajador califica para una pensión por parte

de una Mutualidad, el pago es conocido (“defined benefit”). Esto último hace una diferencia en el esquema regulatorio, en cuanto a que el Estado debe preocuparse de modo especial del riesgo al cual están expuestas las inversiones de respaldo de las Mutualidades.

Como conclusión al análisis de eficiencia de los vértices de riesgo que actualmente se aplican, se encontró que la regulación actual no restringe a las Mutualidades para alcanzar portafolios que provean una combinación riesgo-retorno eficiente. Si bien es cierto que relajando las restricciones cuantitativas sería posible lograr mejoras en eficiencia, la ganancia es muy pequeña en comparación a la mayor exposición al riesgo que enfrentarían tales portafolios.

Es así que, de permitirse la posibilidad de inversiones en instrumentos de renta variable nacional e internacional, hay varios aspectos que deberían ser considerados por parte del regulador para un control efectivo del proceso, tales como la valorización frecuente de los fondos, una definición de las carteras de benchmark así como también una definición de premios y castigos por desempeño.

**Valorización frecuente del fondo:** Es importante disponer de un indicador del valor de los distintos fondos con la mayor frecuencia posible, idealmente diaria. Del mismo modo en que la industria de fondos mutuos o el de las AFPs determinan en forma diaria el valor cuota, los fondos administrados por las Mutualidades deberían informar con cierta frecuencia su valor cuota al regulador. El método de valorización debería ser claramente internalizado por las Mutualidades y por la SUSESO. Ambos entes debieran contar con toda la información necesaria como para replicar el valor determinado por la contraparte. En particular, Suseso debería contar con acceso a bases de datos nacionales e internacionales que contengan precios de los instrumentos financieros permitidos como inversión a las Mutuales. Este manejo de información es clave para un control efectivo del proceso de inversión.

**Definición de carteras de benchmark:** Es importante complementar la información del desempeño global de un fondo con información de desempeño por clase de activo y comparar este desempeño por activo con el de un benchmark apropiado, que sea replicable y líquido. Luego de definir las clases de activos admisibles para inversión, es importante verificar que se cumpla con los lineamientos normativos y comparar el desempeño efectivo con el del benchmark.

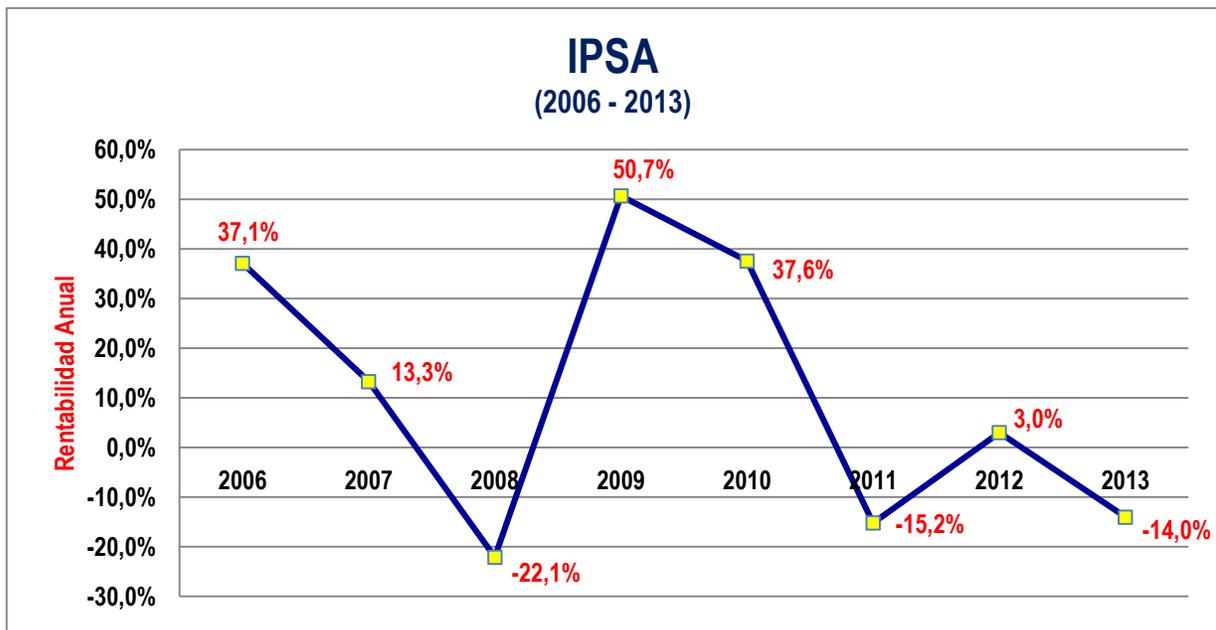
**Definición de premios y castigos:** Al permitirse la inversión en renta variable, se introduce mayor variabilidad, o riesgo, en los retornos del fondo. Es esperable que en algunos períodos el fondo exhiba muy buenas rentabilidades, tales como en períodos de alto crecimiento económico mundial. Pero también, es posible que haya períodos de bajo desempeño, tales como en períodos de crisis financieras globales. ¿Contemplará la regulación la posibilidad de compensaciones adicionales para la Mutual en caso de desempeños superiores al benchmark? ¿Y en casos de desempeños menores al benchmark se contemplarán castigos? Estas son decisiones que deben ser consideradas al momento de proponer la flexibilización de las restricciones cuantitativas a la inversión.

**Regulación en base a riesgo:** Dada la importancia que tiene el riesgo para la regulación de los fondos de las Mutuales, se debería avanzar en definir medidas de riesgo que permita un control oportuno del desempeño de los portafolios. Central en teoría de portafolios es la

medida de desviación estándar, la que se puede complementar con el Ratio de Sharpe. Este ratio relativiza el exceso de retorno del portafolio por sobre la tasa libre de riesgo con la desviación estándar efectiva del portafolio bajo análisis. Un portafolio tendrá un mejor desempeño en la medida que este ratio sea más alto. Complementariamente a lo anterior, se pueden definir medidas de “tracking error”, que permiten medir que tan cercano un portafolio se encuentra de un índice que sirve de benchmark. Finalmente, se pueden implementar medidas de Valor en Riesgo o Valor en Riesgo Condicional como una forma de controlar el riesgo del portafolio.

Con fines ilustrativos, a continuación se presenta un gráfico con los retornos anuales del Índice IPSA, tomados desde el Gobierno de la Presidenta Michelle Bachelet hasta el 31 de diciembre del año 2013, bajo el Gobierno de Sebastián Piñera. En él se aprecia la variabilidad que tuvo la rentabilidad anual en los últimos 8 años, presentando mejores resultados en el Gobierno de M. Bachelet (2006 – 2009) que el de S. Piñera (2010-2013).

**Figura 20**



En resumen, el levantamiento de restricciones a la inversión de las Mutualidades no puede descartarse de plano, sino que debe ser considerado dentro de un proceso más amplio que considere los beneficios, costos y riesgos de permitir mayores oportunidades de inversión.

## 2.8 El modelo en cvxopt y Python (modelo de programación a utilizar en la interfaz de tipo amigable con el usuario)

El modelo fue implementado en el software cvxopt desarrollado por Vanderberghe (2010) para el lenguaje de programación Python. Los códigos respectivos se muestran a continuación:

```
# Used packages of Python.
from math import sqrt
from cvxopt import matrix, spmatrix, spdiag
from cvxopt.blas import dot
from cvxopt.solvers import *
import pylab

# Read data.
import numpy as np
with open('suseso-data.txt') as f:
    lis=[map(float,x.split()) for x in f if x.strip()]

# Problem data.
n = 21
S = matrix(np.cov(matrix(lis)))
pbar = matrix(np.mean(lis,axis=0))
G = matrix(0.0, (n,n))
G[::n+1] = -1.0
h = matrix(matrix(0.0, (n,1)))
A = matrix(1.0, (1,n))
b = matrix(1.0)

# Compute trade-off.
N = 100
mus = [ 10**(5.0*t/N-1.0) for t in range(N) ]
portfolios = [ qp(mu*S, -pbar, G, h, A, b)]['x'] for mu in mus ]
returns = [ dot(pbar,x) for x in portfolios ]
risks = [ sqrt(dot(x, S*x)) for x in portfolios ]

# Plot trade-off curve and optimal allocations.
pylab.figure(1, facecolor='w')
pylab.plot(risks, returns)
pylab.plot(matrix(np.std(lis,axis=0)).T,matrix(np.mean(lis,axis=0)).T,'ro')

pylab.xlabel('standard deviation')
pylab.ylabel('expected return')
#pylab.axis([0, 0.02, 0.004, 0.008])
pylab.title('Risk-return trade curve')
#pylab.yticks([0.00, 0.05, 0.10, 0.15])
pylab.show()
```

## CAPÍTULO X. INTRODUCCIÓN A LA MEDICIÓN DE LA LIQUIDEZ

De acuerdo a lo señalado en IFRS 4, fase 2, la tasa de descuento relevante para descontar las reservas de las empresas que administran contratos de seguro, corresponderá exclusivamente a aquélla que se iguale a una tasa libre de riesgo más una prima por riesgo de liquidez. Actualmente, las reservas de pasivos se descuentan a tasas que representan los rendimientos de activos representados por instrumentos de deuda de buena calidad. Para el caso chileno, las Compañías de Seguro utilizan un vector de tasa que se arma a partir de instrumentos libres de riesgo mientras que la Superintendencia de Pensiones ha venido calculando los capitales necesarios a partir de un vector de tasa libre de riesgo más una prima por riesgo formada a partir de bonos corporativos cuya clasificación de riesgo crediticio se asemeja a los de nivel “AA”.

Históricamente, los rendimientos de los bonos de gobierno y de bonos corporativos han sido siempre significativamente diferentes. En la medida que un Estado tiene condiciones más favorables para devolver al público sus compromisos en comparación a una empresa privada (el gobierno de un país puede beneficiarse del bolsillo de un ciudadano dictando una nueva ley de impuestos o expropiando parte de la propiedad privada), los rendimientos de un bono gubernamental siempre han sido considerados como el benchmark de la tasa libre de riesgo, debiéndose exigir a los bonos corporativos un retorno mayor a esa tasa libre de riesgo.

Sin embargo, las recientes crisis mundiales o regionales (caso de Argentina, Grecia o de otros países) han mostrado que los gobiernos también están propensos a los riesgos de bancarota. Por lo tanto, estos acontecimientos han hecho repensar la clásica visión de lo que es una tasa libre de riesgo.

En la medida que la mayor parte de las compañías aseguradoras, incluidas las Mutualidades de Empleadores, presentan en sus estados financieros reservas por compromisos que deben pagarse en períodos que llegan incluso a los 30 años, la tasa de descuento debería también elegirse a partir de bonos con similares plazos de madurez. Este calce no tan sólo requiere de una igualdad en el tiempo, sino que además se requiere que los instrumentos de los cuales es tomada la tasa de descuento sean también lo suficientemente líquidos. El problema es que en países de menor tamaño como Chile, el mercado de bonos es pequeño y tiene significativas limitaciones en términos de disponibilidad de precios y de liquidez, especialmente para aquellos instrumentos de larga duración.

En cuanto la liquidez que acompaña a una tasa libre de riesgo, debemos señalar que el rol de la liquidez en determinar los precios de los activos ha sido estudiado por la academia financiera por más de 30 años. El precio de la liquidez (o la prima por riesgo de liquidez) es de interés tanto para los contables, los actuarios, los intermediarios financieros así como también para los reguladores, dado el rol importante que dicho precio tiene en la determinación de los precios de activos, y por ende, en los impactos que se puedan tener sobre el patrimonio de una empresa aseguradora.

El mundo académico identifica dos tipos de liquidez. Una es aquella que se relaciona con la compra y venta de instrumentos, mientras que la otra se relaciona con las necesidades de liquidez o de fondos que deben tener las empresas para pagar sus compromisos. En nuestro caso, la que nos interesa es aquella liquidez relacionada con la facilidad de poder comprar o vender un instrumento financiero que respalde una reserva.

Desde el punto de vista de la microestructura del mercado, la teoría financiera se preocupa sobre los mecanismos de negociación y de los procesos del mercado, analizando el cómo ellos pueden afectar los costos de transacción y otras características de los mercados.

La calidad de un mercado se juzga en referencia a tres características: a) lo ajustado que éste pueda ser (medido por el tamaño de los spreads), b) la profundidad de éste (medido por el impacto de negociación) y c) por su resistencia (medida por la velocidad con la cual el impacto de negociación se disipa). Estas ideas son importantes para el propósito de entender lo que es la prima por liquidez ya que una de las principales fuentes de premios por liquidez son los costos de transacción que existen en el mercado.

Los principales factores que afectan la microestructura del mercado y la liquidez de los activos se detallan a continuación:

- a) Costos exógenos de transacción: éstos son los costos incurridos por el comprador o por el vendedor cada vez que se negocia un instrumento, incluyendo las cuotas de los corredores, los costos de proceso de órdenes e impuestos por transacciones.
- b) Riesgo de inventario: los vendedores deben incurrir en costos cuando ellos son forzados a vender a los “market makers” cuando los compradores naturales de instrumentos financieros no están presentes en el mercado al momento de la venta. Los “market makers” tienen en inventario instrumentos financieros hasta el tiempo en que los compradores aparecen por lo que necesita de ser compensado por el riesgo de desempeñar este rol.
- c) Información privada: en una situación en donde el comprador tenga información privada que un inversionista valora o en una situación en donde el vendedor tenga información privada acerca de ventas anticipadas, una pérdida de transacción afectará a la contraparte desinformada. Los negociadores deben ajustar sus spreads para protegerse (en promedio) en contra de las pérdidas incurridas por negociaciones hechas con la contraparte informada.
- d) Costos de búsqueda: cuando un inversionista experimenta dificultades en hallar una contraparte que esté dispuesta a ejecutar un negocio (compra o venta), esto puede resultar en que él tenga que realizar concesiones a los precios, las cuales no haría en un mercado que fuera completamente competitivo, donde compradores y vendedores estuvieran inmediatamente disponibles. Así, los agentes enfrentan un costo de oportunidad entre lo que es la ejecución inmediata de un negocio con descuento y la búsqueda de un negocio más atractivo.

La teoría de microestructura nos permite concluir que en presencia de los costos de transacción, los activos que son más difíciles o caros de negociar se venderán con un descuento. Este descuento, expresado como la prima por liquidez, dependerá de:

- i) El tamaño anticipado de los costos de negociación.
- ii) La intensidad esperada de negociación del último inversionista (o inversionista marginal)

La demanda por liquidez estará influenciada por el efecto clientela, es decir por la existencia de inversionistas con diferentes necesidades de liquidez.

En cuanto a la forma en que se identifica a la liquidez, la literatura financiera ha logrado identificar en los últimos años una variedad de medidas útiles para identificarla, entre las que se destacan las siguientes:

- a) Los spreads de tasas al momento de negociar: estos spread son una medida estándar de la liquidez agregada pero no siempre son directamente observables en los mercados de activos. Una prominente medida indirecta de la liquidez en términos de los spreads es la propuesta por Richard Roll (1984), la cual se define como:  $S = 2\sqrt{-Cov(\Delta P_t; \Delta P_{t-1})}$ , es decir, dos veces la raíz cuadrada de la covarianza negativa entre las variaciones de los precios adyacentes (estas variaciones tienden a ser negativas y es por ello que se pone el signo negativo bajo raíz con tal de que la expresión sub-radical quede positiva).
- b) Retornos sobre medidas de volúmenes: estas medidas están diseñadas para medir los impactos de precio de las negociaciones (compras o ventas), es decir, los aspectos de profundidad y de resistencia. La fórmula de cálculo es  $\left| \frac{R_t \times 100}{v_t} \right|$  donde  $R_t$  es la rentabilidad del precio sobre un activo y  $V_t$  es el volumen de transacciones.
- c) Número de días sin retornos: corresponde al número de días sobre los cuales no hay cambios de precio en un activo, midiendo así la intensidad de negociaciones.
- d) Rotación: corresponde al volumen total transado de un activo sobre algún período definido de tiempo dividido por una medida de la cantidad del activo en circulación durante ese periodo.
- e) Volatilidad: la que se mide por un índice de volatilidad, la cual se ha identificado por estar fuertemente relacionada con los cambios en las medidas de liquidez.

En resumen, todas estas unidades de medición se vuelven muy útiles en cuantificar el premio por liquidez del mundo real.

## CAPÍTULO XI. ¿QUÉ NOS DICE LA TEORIA SOBRE LA LIQUIDEZ?

El concepto de prima por liquidez es difícil de señalar en un sentido absoluto ya que todos los activos, con la excepción del efectivo en la moneda referencial del inversionista, están sujetos a la liquidez en diferentes grados, los que a su vez varían. No existe una medida única y universal de la magnitud de la prima por liquidez. En algún punto del tiempo, diferentes activos contendrán diferentes primas por riesgo de liquidez dependiendo de sus características fundamentales de liquidez y dependiendo también de las condiciones de mercado. Se puede pensar en una familia de spreads (o descuentos de precios) para diferentes combinaciones de activos que exhiben grados cambiantes de liquidez.

Por lo tanto, parece natural pensar en una prima relativa por riesgo de liquidez. Esta última se define simplemente como la diferencia de precios en dos activos idénticos pero con diferentes niveles de liquidez. Esto es interpretado como la compensación adicional que se le ofrece a un inversionista que está dispuesto a invertir en el activo que es menos líquido entre los dos.

En términos prácticos, esto significa que las medidas de prima por riesgo de liquidez serán requeridas para que referencien alguna combinación de activos como benchmark.

En el contexto de la renta fija, es mucho más común expresar la prima relativa por riesgo de liquidez en términos de la diferencia en los rendimientos entre los bonos o, equivalentemente, la diferencia en los spreads de rendimientos que existen sobre una tasa libre de riesgo. Las carteras de bonos corporativos exhiben bajos niveles de liquidez relativos a los bonos de gobierno (especialmente cuando la liquidez puede ser muy necesaria) y presentan, por lo tanto, una prima por riesgo de liquidez como resultado.

Sin embargo, también es cierto que los bonos corporativos ofrecen mejor liquidez que otros instrumentos financieros de tal forma que las primas por riesgo de liquidez asociadas deberían ser vistas como un punto en un amplio espectro de valores que son perfectamente medibles y alcanzables. Así es que cualquier estimación de la prima por riesgo de liquidez debería incluir una clara descripción de la cartera de activos sobre la cual se relaciona.

De esta forma, se puede decir que la prima (absoluta) por riesgo de liquidez para un activo cualquiera podría ser pensada en forma abstracta como aquella que representa el descuento de precio o el retorno en exceso ofrecido por el activo en comparación a algún otro activo hipotético y perfectamente líquido que sea del mismo tipo, aunque esto parezca, a priori, mucho más difícil de medir.

Por lo tanto, en un mercado en donde no existan los costos de transacción, dos activos con idénticos flujos de pago tendrán el mismo precio. Si éste no fuera el caso, los inversionistas podrían obtener utilidades producto del arbitraje. Por el contrario, en un mundo en donde sí existen los costos de transacción, los precios deben ser ajustados hacia arriba o hacia abajo para que éstos sean compensados debido a que tiene que soportar en sus carteras de inversión los problemas de iliquidez. Por lo tanto, una prima por riesgo de liquidez puede ser observada en un mercado en donde sí existen los costos de transacción.

Asimismo, la literatura financiera nos indica que existe el famoso efecto clientela, en donde diferentes grupos de inversionistas tendrán diferentes horizontes de tiempo para sus inversiones. Es decir, estos inversionistas enfrentan distintas probabilidades de sufrir un shock de liquidez al momento de querer vender sus activos. Por una parte, existe un extremo en donde tenemos inversionistas que son caracterizados por la frase “buy and hold” (comprar y mantener), quienes no tienen necesidades inmediatas de liquidez, mientras que por el otro extremo existe otro tipo de inversionistas denominados “mark to market” (transar frecuentemente en el mercado), quienes presentan una necesidad de comercializar a partir de una simple intensidad de compra o por una política clara de liquidez.

El equilibrio que aflora en esta clase de modelos nos muestra que los inversionistas cuyos horizontes de inversión son más cortos, poseen los activos con los más bajos costos de transacción mientras que los inversionistas con un mayor horizonte de inversión presentan los activos con los mayores costos de transacción. Por lo tanto, esto muestra que los activos ilíquidos deben ofrecer un rendimiento mayor en comparación a aquellos activos más líquidos. Con ello, podemos esperar que los inversionistas que presentan un horizonte de inversión mayor deberían ganar un premio por liquidez, ya que tienen en sus carteras de inversión activos que son relativamente ilíquidos (situación que ocurre justamente con las Mutualidades de Empleadores).

No obstante, estas distinciones son una útil simplificación en la medida que nos permiten examinar cuál de estos dos tipos de inversionistas efectivamente colocan el precio dentro de los diferentes mercados de activos. Aquí, la teoría de valorización de activos sugiere que el precio de un activo es determinado por el inversionista marginal. Al respecto, supóngase que la oferta de activos está fija. También supóngase que todos los inversionistas determinan el precio que ellos están dispuestos a pagar por el activo y cuántos de los activos están dispuestos a comprar en dicho precio.

Al ordenar estas órdenes teóricas de compra, de manera decreciente y según el precio, se procede a calcular la cantidad de órdenes acumulada en cada precio. El inversionista marginal es, por lo tanto, aquel inversionista cuya orden lleva la cantidad de orden acumulada hasta la oferta disponible del activo, y por lo tanto el precio teórico de mercado es el precio que este inversionista estaría dispuesto a pagar.

Aplicando este concepto a los bonos corporativos se puede ver que la pregunta clave que se debe hacer es si hay o no hay suficientes inversionistas del tipo “buy and hold” que tomen la oferta completa de activos. Si la respuesta es sí, entonces la necesidad de precio de mercado sólo refleja la compensación por riesgo de crédito (prima por riesgo de crédito) y cualquier prima por riesgo de liquidez debería ser insignificante. Por el contrario, si la respuesta es no, entonces el precio de mercado será colocado por el inversionista del tipo “mark to market” y por ende, una prima por liquidez más significativa deberá existir. Basado en este punto de vista de microestructura, parece claro que la prima por riesgo de liquidez debiera depender del estado de mercado, ya que ésta está vinculada al costo de ejecución inmediata. Por lo tanto, la prima por liquidez para un cierto instrumento (o para un conjunto de instrumentos) puede ser pensada como el precio de descuento o rendimiento en exceso ofrecido por dicho instrumento en relación a otro que sea perfectamente líquido y de equivalentes características.

En la práctica, los investigadores han elegido definir el premio relativo de liquidez como aquella diferencia de precio entre dos instrumentos idénticos, salvo en liquidez. En cualquier punto del tiempo, diferentes activos y carteras de activos tendrán diferentes premios por liquidez dependiendo de sus características fundamentales de liquidez así como de las condiciones del mercado.

## **CAPÍTULO XII. EVIDENCIA DE LA LIQUIDEZ**

La literatura financiera se encuentra fuertemente apoyada por estudios empíricos que muestran que los activos ilíquidos son valorizados con un descuento en relación a los activos similares y más líquidos, independiente del periodo de estudio o metodología utilizada. En otras palabras, activos que son difíciles de comercializar se venden a precios diferentes respecto de aquellos activos similares pero que son más líquidos. No obstante el precio de la liquidez cambia a través del tiempo. En épocas de turbulencias financieras, tanto el nivel de iliquidez como la prima por liquidez se ven aumentadas. Esto es consistente con la teoría de la microestructura. Tal como predice la teoría del efecto clientela, el premio por liquidez decrece en función del tamaño de los costos de transacción.

En los años recientes, muchos estudios académicos han explorado alguna evidencia por la prima por riesgo de liquidez en los mercados de bonos corporativos y éstos han sugerido explicaciones por su magnitud observada. Es importante señalar que la mayoría de estos estudios encuentran evidencia de una significativa prima por riesgo de liquidez en los mercados de bonos corporativos. Al respecto, se debe tener cuidado al interpretar la investigación ya que el término de prima por liquidez se utiliza de manera diferente por los distintos autores.

Un sinnúmero de aproximaciones para estimar la prima por riesgo de liquidez ha sido adoptado por los investigadores. A partir de esto, se han elegido cuatro grupos de análisis.

A continuación se explica cada uno de ellos:

### **1) Aproximación de Microestructura:**

Los modelos de microestructura entregan un trabajo de mucho valor para entender cómo la demanda para negociar (intensidad de negociación) y los costos de transacción de mercado se traducirá en diferentes rentabilidades y/o rendimientos de los activos. La idea básica es que en la valorización de un activo financiero, el inversionista marginal tomará en cuenta los costos de negociación esperados cuando el activo sea vendido.

El descuento en el precio (relativo a algún activo financiero nocional perfectamente líquido) que se considera debido a la iliquidez corresponde entonces al valor descontado de los costos futuros esperados. Este descuento dependerá de la intensidad de negociación libre de riesgo del inversionista y de los costos de transacción.

Tanto la demanda por negociar (comprar o vender) como los costos de transacción serán sensibles a las condiciones de mercado. En relación a esto existe una vasta literatura, la cual se ha desarrollado por más de 30 años. Sin embargo, los modelos de microestructura

no llevan por sí mismo a pruebas estadísticas de manera directa por lo que se utilizan principalmente para inspirar y elegir las proxies de liquidez que se incluyen como variables explicativas de la prima por riesgo de liquidez en los estudios de estimación basados en regresiones.

No obstante, estos modelos proveen valiosas miradas en cuanto a por qué la prima por riesgo de liquidez podría y debería existir en los mercados que incorporan los costos de transacción. A modo de ejemplo, se ha propuesto una aproximación teórica basada en el método de opciones la que se relaciona con las dimensiones de precio y de tiempo para estimar el spread de liquidez. El spread de liquidez se explica como la relación entre el valor de una opción para el caso de un activo líquido y el valor de una opción para el caso de un activo ilíquido.

## **2) Aproximación directa (incluyendo la de los Credit Default Swaps):**

Varios documentos de investigación se han centrado en la diferencia entre los rendimientos que existen sobre dos instrumentos financieros que son considerados idénticos en todo, excepto en la liquidez (esto es, diferencias que existen sólo por concepto del costo de comprar o de vender). Los métodos directos consisten en elegir un par de activos (o carteras de activos) que se asumen como equivalentes (salvo en la liquidez) y comparan los precios y los retornos y/o rendimientos esperados para inferir una prima por riesgo de liquidez relativa al activo o cartera de activos líquida. En cuanto a estos métodos directos, existe un método que aísla el riesgo de liquidez valorizado en los bonos corporativos. Desde un punto de vista de mercado, los contratos de Credit Default Swaps (CDS)<sup>9</sup> se consideran de ser activos relativamente líquidos en la medida que los montos suscritos en los contratos CDS no son fijos y pueden incrementarse de manera flexible de acuerdo a la demanda, a diferencia de lo que sucede en el mercado de bonos. En principio, esto hace que los contratos de CDS sean ideales para construir instrumentos sintéticos con exposición al riesgo de crédito.

Por ejemplo, los CDS son atractivos para inversionistas que desean tomar posiciones cortas en riesgo de crédito. Pedir prestados bonos corporativos para una estrategia de cobertura es difícil y caro, mientras que los CDS ofrecen una liquidez alternativa. Los inversionistas simplemente necesitan entrar en un nuevo contrato CDS sobre la entidad de referencia correspondiente (en este caso, el emisor del bono) para recibir protección contra el incumplimiento y estar efectivamente corto en riesgo de crédito.

Un CDS es un contrato que envuelve dos partes: a) una parte de protección desde el punto de vista del comprador y b) una parte de protección desde el punto de vista del vendedor. Esto permite que los sostenedores de bonos corporativos se aseguren en contra del riesgo de no pago por parte del emisor. La parte compradora quiere cubrirse del riesgo de no pago

---

<sup>9</sup> Un Credit Default Swap es un contrato en el que un agente económico paga periódicamente un spread a una contraparte, a cambio de un desembolso contingente que le efectuará si es que ocurre algún contratiempo con la deuda emitida por una entidad de referencia, durante un período establecido. Por ejemplo, en el caso de que un emisor de bonos corporativos tarde o simplemente no pague un cupón. También se utiliza para cubrirse de un recorte en la clasificación crediticia o una posible reestructuración que realice una firma.

que pueda presentar algún bono emisor (entidad referencial). Esta parte compradora entra en un contrato para pagarle a la parte vendedora una prima periódica llamada la prima del CDS. Esta prima representa un porcentaje fijo del monto nominal especificado en el contrato y se paga comúnmente de manera trimestral.

Si ningún evento de no pago ocurre antes de la madurez del CDS (no el bono de referencia), la parte vendedora no realiza pago alguno a la parte compradora y el contrato expira. Por otra parte, si un evento de no pago ocurre durante la vida del contrato, la parte vendedora paga una compensación a la parte compradora y esta parte compradora cesa el pago periódico de la prima. Alternativamente, para algunos contratos, los compradores de CDS entregarán, a modo de cambio, una cantidad acordada de bonos en default por el pago en efectivo igual al valor facial de los bonos.

¿Cómo puede la información de un contrato CDS ser usada para estimar la prima por riesgo de liquidez? La respuesta es mediante el uso del arbitraje. Esto es, se puede mostrar que el spread de un bono corporativo con tasa flotante sobre un bono corporativo con tasa flotante libre de riesgo debería ser igual a la prima CDS. Este argumento es comúnmente aplicado a los típicos bonos que presentan pago de cupones a partir de una tasa fija, aunque esto es una aproximación. En la práctica, los resultados empíricos muestran una diferencia negativa significativa entre la prima CDS y el spread de los bonos. Esta diferencia se denomina “la base negativa” y provee evidencia de la existencia de otros componentes valorizados en el spread de los bonos corporativos tales como el riesgo de liquidez del bono subyacente.

Esta base negativa puede verse como la diferencia entre el rendimiento de un bono corporativo ilíquido emitido con CDS (es decir, libre de riesgo) y el rendimiento de un bono líquido y libre de riesgo. Para el caso de una entidad emisora cualquiera de referencia, se puede esperar que las negociaciones de los CDS y de los bonos con riesgo de crédito sean similares, ya que ambos deberían reflejar las visiones que tiene el mercado sobre el riesgo de crédito. Los CDS son instrumentos sintéticos que se diseñan para implementar una visión meramente relacionada con el riesgo de crédito.

En la práctica, un mayor spread CDS refleja el deterioro en la capacidad de crédito que se tiene de un emisor y el precio de mercado que se le asigna al riesgo de crédito.

Podemos utilizar la prima CDS directamente como una medida de la componente de no pago de los spreads de bonos corporativos (y por lo tanto, la parte de no default o de liquidez).

En otras palabras, se puede asumir la siguiente relación:

**Base CDS = Prima CDS – Spread de los bonos corporativos**

**– Base CDS = Spread de bonos corporativos – Prima CDS**

**Prima por Riesgo de Liquidez = – Base CDS**

Al crear un bono corporativo sintético libre de riesgo, vía la compra de contratos CDS sobre una empresa emisora de bonos, se tiene que el spread residual es interpretado como una medida de liquidez de los bonos corporativos.

**Bono sintético “defaultable” = Bono libre de default + Posición parte vendedora CDS**

Las aproximaciones basadas en el spread CDS son atractivas debido a su simplicidad pero también son sensibles a la elección de la muestra de bonos y son fuertemente dependientes de la disponibilidad de datos, los cuales no permiten a veces calzar el portafolio que se está considerando.

Dentro de las características de este tipo de aproximación que se tiene a favor o en contra, podemos señalar lo siguiente:

- a) No hay dependencia de un modelo y es relativamente fácil de implementar. Sólo requiere que se tomen las diferencias de rendimientos entre dos instrumentos de mercado observables.
- b) Provee evidencia de la existencia de una prima por riesgo de liquidez.
- c) Estimaciones pasadas podrían estar viciadas debido a los riesgos de liquidez de los CDS, a los riesgos de crédito de las contrapartes, etc.
- d) La practicidad de calzar CDS y bonos por emisor y/o madurez, además de desarrollar cálculos en un período de tiempo aceptable no es trivial. Confiarse de los métodos de fácil desarrollo en un computador, usando para ello índices disponibles, puede crear un descalce que podría tener un impacto material considerable sobre los resultados.
- e) Intentar ajustar el modelo a diferentes aplicaciones usando “métodos de fáciles cálculos” estará limitado a la disponibilidad de información de CDS (índices de CDS, por ejemplo).
- f) Los índices de CDS no están disponibles en un amplio número de economías a lo largo del mundo, haciendo que las mediciones se vuelvan más complicadas de realizar. Se requiere de nuevos trabajos que permitan entender cómo utilizar estas metodologías en mercados menos desarrollados y si la conversión de bases negativas a distintos tipos de monedas provee o no una medida significativa de la prima por riesgo de liquidez.

Claramente, esta metodología de cálculo no es viable para obtener información sobre el valor de primas por riesgo de liquidez en Chile, debido a la poca profundidad que tiene el mercado de derivados. Sin embargo, esta metodología se puede utilizar ampliamente en los mercados financieros más desarrollados.

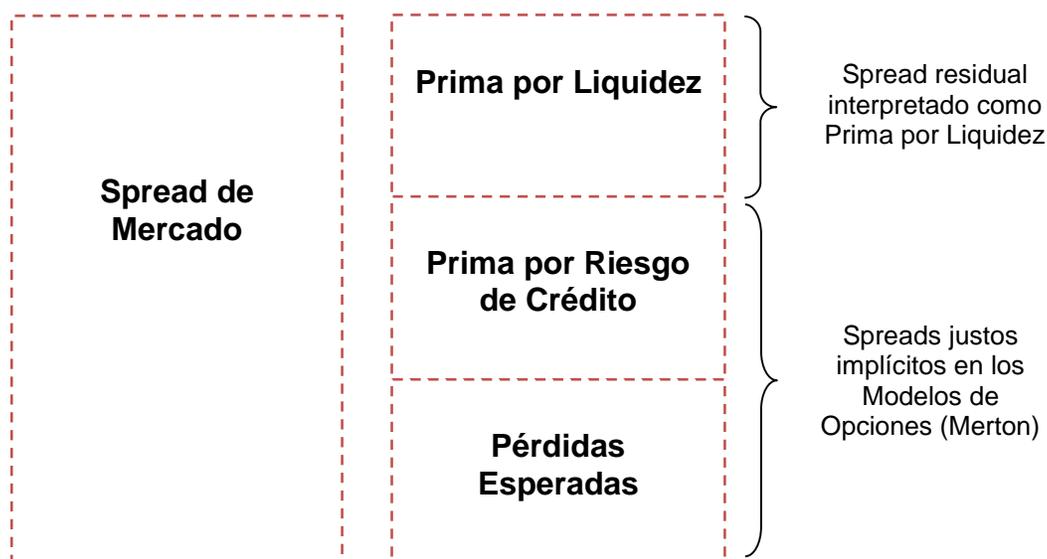
### 3) Aproximación de un modelo estructural:

En los modelos estructurales se extrae la componente de riesgo de liquidez a partir de los rendimientos de los bonos corporativos. El desarrollo de estos modelos teóricos se basa en la idea de que es posible derivar una estimación de un spread de crédito justo y comparar esta estimación con los actuales spreads de mercado para inferir de esta forma la componente de liquidez. La aproximación de modelos estructurales se relaciona con los modelos de aproximación directa descritos anteriormente, en cuanto a que el rendimiento del bono corporativo se compara con los costos de armar una posición sintética y aproximadamente equivalente, la cual proviene de un bono libre de riesgo (bono líquido) y de una opción sobre el total de los activos de la empresa emisora. El spread justo que se tiene sobre el bono sintético se obtiene al ver al patrimonio de la empresa como una opción de compra sobre el total de los activos, cuyo precio de ejercicio corresponde al valor total de la deuda.

De manera similar, la deuda puede ser vista como un paquete que combina un bono libre de riesgo con una opción put (opción de venta) sobre los activos de la empresa. Como tal, esto describe solamente el riesgo de crédito y excluye los costos de liquidez. Por tanto, la prima por riesgo de liquidez se define como el valor residual entre el spread justo y el spread de mercado.

La siguiente figura describe la descomposición del spread de mercado de un bono corporativo:

Figura 21



El spread justo se puede considerar como la composición de dos elementos. Primero, una parte que corresponde a lo esperado. En este caso, a las pérdidas promedio de no pago. Y segundo, una prima por riesgo de crédito. En principio, ésta existe debido a que el sostenedor de un bono riesgoso de crédito tiene que soportar el riesgo de mercado y debería ser compensado por soportar ese riesgo de la misma forma que los inversionistas de acciones demandan una prima por riesgo.

Asimismo, se puede mostrar que la posición replicante para la opción put, nocionalmente sostenida por los tenedores de bonos, es una posición enganchada con los activos de la empresa, así es que esta prima por riesgo que se requiere es bastante natural.

Aunque la prima por riesgo es a veces descrita como un pago por el no pago inesperado, ésta no debería ser vista simplemente como un pago prudencial. Por el contrario, éste es un precio por el riesgo que se está soportando y fluctuará en línea con otras primas por riesgo.

Finalmente, hay que observar que la figura 20 no está hecha a escala. La partición hecha entre los distintos elementos que conforman el spread de mercado dependerá tanto de las características individuales del bono como de las condiciones del mercado.

Las opciones que se pretenden valorar no se negocian en el mercado sino que tales derivados nocionales pueden ser valorados utilizando las clásicas fórmulas de opciones propuestas por el modelo de Robert Merton.

El modelo de Merton utiliza como supuestos que los activos de la firma siguen el clásico proceso de tipo Browniano Geométrico, requiriendo éste un número de inputs tales como:

- a) Supuestos de la madurez (vencimiento) de la deuda de la compañía (T) y su valor cara (D)
- b) La volatilidad de los activos de la firma ( $\sigma$ ).
- c) Una tasa libre de riesgo (r).
- d) El valor inicial del total de activos de la firma (V).

En principio, es posible aplicar el modelo al nivel del emisor individual. Por ejemplo, la metodología utilizada por la agencia Moody (metodología KMV) para el cálculo de riesgo de crédito se basa en este tipo de modelo aunque ellos tienen sus propias aproximaciones para explotar la información de mercado de los patrimonios de las empresas.

En la práctica, los cálculos se basan en el análisis de una típica empresa perteneciente a un cierto rating crediticio y de un bono correspondiente a un vencimiento específico. Entonces, el típico spread se compara a un spread promedio de mercado para dicho rating crediticio y dicha madurez o tiempo de vencimiento.

La aproximación de cálculo definida anteriormente se puede resumir en los siguientes pasos:

- 1) Asumir un nivel de deuda de acuerdo a la madurez del bono y que sea consistente con las tasas de default acumuladas históricamente asumiendo que los activos de la firma presentan una volatilidad que está en línea con la volatilidad de patrimonios de empresas desapalancadas.

- 2) Definir la volatilidad de la opción basada en los costos observados de las opciones de mercado, además de los supuestos de empresas desapalancadas.
- 3) Incorporar la tasa libre de riesgo.
- 4) Valorizar el bono corporativo sintético haciendo uso del modelo de Merton. El bono sintético se arma a partir de un bono libre de riesgo más la venta de una opción put y más la venta de una opción binaria sobre los costos de bancarrota.

De acuerdo a lo anterior, la prima por riesgo de liquidez queda definida simplemente como:

**Prima por Liquidez = Spread de Mercado – Spread Justo (rendimiento sobre el bono corporativo)**

Se debe considerar que los costos asociados a la bancarrota no son tomados en cuenta en el modelo original de Merton. Al respecto, se asume que en el evento de un estado de no pago, los activos de la compañía son vendidos sin un descuento y los ingresos, en términos del valor actual de los activos, son distribuidos entre los acreedores.

En realidad, esta transferencia sin costo es muy poco probable cuando ocurre la liquidación de los activos. Por lo tanto, la existencia de los costos de bancarrota tiene un impacto material en la valorización de la deuda por lo que estos costos deberían ser considerados al aplicar el modelo. Los costos de bancarrota tienen una prioridad más alta que los bonos y por lo tanto reducen los ingresos que los sostenedores de bonos recibirían en la liquidación de activos. Por lo tanto, el valor de la deuda decrece cuando tales costos existen.

Los costos de bancarrota son capturados al valorizar una opción de venta adicional (nocialmente suscrita por los sostenedores de bonos), la que paga un monto fijo (costos de bancarrota) si es que los activos de la firma caen bajo el umbral de default en el momento del vencimiento del bono.

Al igual que lo sucedido con el modelo de aproximación directa, la metodología de aproximación estructural no es viable para obtener información sobre el valor de primas por riesgo de liquidez en Chile debido a la poca profundidad que tiene el mercado de derivados. Sin embargo, esta metodología se puede utilizar ampliamente en los mercados financieros más desarrollados.

#### **4) Aproximación basada en regresiones:**

Este tipo de aproximación realiza regresiones de una o más medidas de liquidez de los activos y de los costos de transacción (cuya elección se inspira en la literatura de la microestructura) sobre los precios observados de los activos o rendimientos. Los coeficientes estadísticamente significativos de las regresiones son interpretados como proveedores de estimaciones del precio puro de liquidez.

A partir de lo anterior, muchos de los estudios empíricos utilizan técnicas basadas en regresiones para identificar las proxies de liquidez que más se asocian con los mayores

retornos de los activos o, de manera más particular para el caso de los instrumentos de renta fija, con los mayores spreads de rendimientos.

Entre las proxies que se han encontrado a través del tiempo para explicar la liquidez se sostiene que variables como la rotación, el tamaño de mercado y los spreads de “bid-offer” pueden proveer alguna indicación de las diferentes condiciones de liquidez. Sin embargo, estas variables son dependientes de los estados en que se encuentre una economía y pueden cambiar rápidamente en el tiempo.

Las estimaciones de la prima por liquidez han sido hechas en tiempos diferentes y para puntos diferentes sobre el espectro de iliquidez, concluyéndose que estas primas varían unos pocos puntos bases en períodos de estabilidad hasta cientos de puntos bases para activos altamente ilíquidos en épocas de stress financiero en los mercados.

Según lo estudiado, la prima por liquidez aumenta a través de las distintas clases de crédito (de acuerdo a los ratings crediticios) aunque esto no es tan claro cuando se controla en las regresiones por volatilidad de activos y cuando más grandes son los spreads de puntas de compra y venta (bid-ask spread. Esto es, instrumentos con menor clasificación de riesgo pueden ofrecer mayores primas de liquidez debido a que simplemente son instrumentos menos líquidos.

No obstante, se debe notar que los analistas han estimado la prima por liquidez deduciendo los default desde los rendimientos de los activos. La teoría nos dice que esto no provee una estimación para la prima por liquidez de manera directa ya que ésta deja atrás la prima por riesgo de crédito por lo que este métodos debería ser evitado por los analistas. Asimismo, se debe señalar que la mayoría de los estudios que se basan en regresiones utilizan un modelo de regresión lineal en sus análisis. Por lo tanto, se debe entender que los modelos lineales son incapaces para capturar de manera suficiente las dependencias de colas no lineales, tal como sucede en épocas en que los mercados financieros están frente a una crisis.

En resumen, y mientras exista alguna evidencia, el consenso en el mundo académico es claro: la prima por riesgo de liquidez existe en el mercado de bonos corporativos, y puede ser substancial aunque puede variar significativamente a lo largo del tiempo. Fuera del mercado de bonos corporativos, los bancos de inversión son capaces de construir instrumentos financieros que son esencialmente libres de riesgo (los cuales son del tipo marked to market y completamente colateralizados) pero aún así presentan spreads positivos asociados a la liquidez, en especial después de todos los costos de transacción que se ven involucrados. El resultado parece claro y la verdad es que la liquidez es importante. Por lo tanto, aquéllos que la necesitan deben pagar por ella.

### **CAPÍTULO XIII. PRIMA POR LIQUIDEZ PARA EL CASO CHILENO**

De acuerdo a lo visto en los puntos anteriores de este informe, las metodologías aplicadas para la obtención de una prima por liquidez requiere de información que muchas veces no está disponible en el mercado nacional de manera pública, o lisa y llanamente, el desarrollo

de nuestro mercado de capitales no presenta una profundidad tal que permita el desarrollo de modelos sofisticados como aquéllos propuestos a través del mercado de derivados, y que sí son factibles de construir en mercados financieros más desarrollados. Es por ello que pensar por ahora en modelos basados en diferenciales provenientes de los Credit Default Swaps (CDS), los que a su vez involucra la creación de instrumentos derivados sintéticos, hace recomendable que la obtención del premio por riesgo de liquidez en Chile se base más a partir de la obtención de spreads incluidos en instrumentos financieros como los bonos o los depósitos, los cuales se transan mayoritariamente en el mercado secundario chileno.

Retomando las ideas planteadas en el informe N°1 de esta consultoría, la obtención de la prima por liquidez puede provenir del diferencial entre los swaps y los bonos corporativos de largo plazo (cinco a diez años), o en su defecto, desde el spread proveniente entre los swaps y los depósitos bancarios (aún cuando, éstos últimos por lo general no tienen un vencimiento más allá de un año). Por lo tanto, aquel premio de liquidez que se utilizaría para la determinación de la tasa de descuento de las reservas de pasivos de las Mutualidades de Empleadores se podría deducir desde el diferencial de precios de estos instrumentos, según lo establecido por IFRS 4, fase 2.

En cuanto al mercado local, lo primero que debemos analizar es de dónde se obtendrá el spread que permita obtener esta prima por liquidez. En virtud de que IFRS 4, fase 2 estaría proponiendo el uso de una prima por riesgo de liquidez que se suma a la tasa libre de riesgo, entonces hay que comenzar definiendo cuál será la tasa libre de riesgo. Al respecto, es de sentido común que la tasa libre de riesgo es aquélla que proviene de las emisiones de papeles hechas por el Banco Central o la Tesorería General de la República, pero se debe señalar que esta tasa requiere que además de ser libre de riesgo, ésta también debe ser líquida (para que justamente no se vea ensuciada por el riesgo de liquidez propio del instrumento). Es por ello, que muchas veces conviene utilizar como base de referencia las tasas swaps más que las de gobierno<sup>10</sup>.

Siguiendo a Alarcón y Bernier (2009)<sup>11</sup>, hay que considerar que el swap spread se define como la diferencia entre la tasa o rendimiento de un swap de tasa de interés — como, por ejemplo, un Swap Promedio de Cámara (SPC) — y la tasa o rendimiento de un bono que, por lo general, es libre de riesgo. La literatura de swap spread señala que el nivel de este indicador se encuentra influido por cambios en la demanda relativa por instrumentos de cobertura (swaps, por ejemplo), por el spread de bonos corporativos y por el ciclo económico.

Además, se puede aseverar que la variación del swap spread es atribuible al riesgo de crédito y de liquidez, y que la mayor parte de la volatilidad del swap spread está asociada con cambios en el premio por liquidez de los bonos libres de riesgo (treasuries). En el caso

---

<sup>10</sup> Para el caso chileno, se ha visto que en el último tiempo el swap spread en UF (diferencia entre las tasas swaps y las tasas exigidas a los instrumentos libres de riesgo) ha sido negativo, es decir, las tasas libres de riesgo son mayores a las tasas de contratos swaps. Para el caso del swap spread nominal (en pesos), ésta también se ha vuelto negativo pero no en la misma magnitud que lo ha hecho el swap spread en UF.

<sup>11</sup> Felipe Alarcón y Matías Bernier. “Diferencias en medidas de compensación inflacionaria y Swap Spread”. Economía Chilena, Vol 12 (1), 2009.

específico del swap spread del mercado de renta fija de Chile, éste se determina como la diferencia entre la tasa de un SPC y la tasa de un bono emitido por el Banco Central de Chile para un período similar. Se distinguen dos categorías de swap spread: nominales y reales.

Si las tasas SPC son inferiores a las tasas de los bonos para un período de  $t$  años, el swap spread será negativo. En caso contrario será positivo. Dado que las tasas BCP y BCU son libres de riesgo y las de los SPC no lo son, los swap spreads deberían tender a valores positivos en el tiempo, y su magnitud debería aproximarse a lo que se estime como riesgo sistémico de los participantes del mercado (mayoritariamente bancos).

Sin embargo, para el caso de Chile se ha visto que las relaciones anteriores han sido válidas para los períodos anteriores a diciembre del 2007, tanto en los swap spread en UF como en los nominales. Pero para los períodos posteriores se observa un descenso importante en los swap spread en UF (existe un swap spread negativo), lo que no ha sido acompañado con la misma magnitud y temporalidad en los swap spread nominales.<sup>12</sup>

El fenómeno antes descrito coincide temporalmente con la divergencia entre las Compensaciones Inflacionarias<sup>13</sup> SPC y las Compensaciones Inflacionarias de bonos, y sugiere que la causa de las mayores Compensaciones Inflacionarias SPC sobre las Compensaciones Inflacionarias de bonos se encuentra en el elevado nivel relativo de las tasas BCU respecto de las SPC UF.

Respecto de tener un swap spread negativo, existen diversos factores en el mercado que podrían alterar el spread teórico de equilibrio, tales como:

- a) Aplicación o exención del impuesto a la ganancia de capital para las operaciones del mercado de renta fija de inversionistas no residentes (mercado off-shore). Esto, en la práctica, ha mantenido a este tipo de inversionistas fuera del mercado de renta fija local (mercado de bonos físicos). Debido al impuesto de 35% que debe pagar el inversionista off-shore al momento de realizar utilidades, se obstruye el arbitraje lo que genera un exceso relativo de demanda por swaps respecto de papeles del Banco Central imposible de extinguir.
- b) La baja liquidez relativa del mercado SPC UF (en comparación a la liquidez de los SPC en pesos), lo es también si se compara con el mercado de papeles libres de riesgo en UF (BCU). Si se asume una igualdad de flujos (montos nominales), entonces se puede esperar que la sensibilidad (elasticidad) de las tasas de los SPC UF sea superior a la que se observaría en las tasas SPC pesos o en las tasas de los bonos en UF.

---

<sup>12</sup> La revisión de las cifras de bonos vigentes y en circulación indica que los instrumentos en UF representan más del 80% del total del mercado de renta fija, por lo que se desprende que la liquidez de los papeles en UF tenderá a ser superior a la de los nominales.

<sup>13</sup> Compensación inflacionaria se refiere a la diferencia existente entre el rendimiento de un instrumento real y un instrumento nominal. A su vez, este concepto se relaciona con la inflación promedio que el mercado financiero descuenta o espera para un período determinado. Su versión más sencilla se obtiene a partir de la llamada relación de Fisher. Esto es,  $(1 + i) = (1 + r) (1 + \pi^e)$

- c) Debido a que en el último tiempo se ha vuelto más caro emitir deuda en el extranjero en dólares, las empresas han optado por emitir deuda local en UF (bonos en UF). Para el caso de empresas que mantienen sus activos fundamentalmente en dólares, una emisión de bonos en UF les significa un descalce entre sus activos y pasivos, con el consiguiente riesgo de tipo de cambio y de tasas de interés, el cual se puede cubrir mediante la suscripción de contratos cross currency swap (CCS), operación que intercambia los flujos del pasivo en UF por dólares, y que utilizan generalmente como contraparte de estos contratos de derivados a las entidades bancarias locales. Sin embargo, los bancos también quedan en una posición de descalce por causa del CCS, debiendo requerir de una contraparte para hacer el calce necesario.

Sin embargo, esta contraparte natural no abunda en el mercado nacional ya que empresas locales con activos en moneda local que han emitido deuda en el mercado internacional en dólares (para posteriormente realizar una operación de cobertura del tipo CCS), han disminuido debido a las turbulencias financieras del último tiempo. Esto hace que los bancos puedan cubrir sus posiciones a través del uso de los Swaps Promedio de Cámara (SPC). Tras el contrato de cobertura, los bancos quedan endeudados en UF a tasa fija, la que cubren en el mercado SPC activándose en UF a tasa fija y pasivándose a tasa variable. La intensificación de este mecanismo de cobertura, en un contexto de baja liquidez, implica una importante reducción en la tasa fija de este instrumento y, lógicamente, en el swap spread UF.

Respecto de lo anterior, se debe saber que en una operación de SPC en pesos, un agente "A" se compromete a pagar una tasa fija en pesos, sobre un monto de capital en pesos y un plazo acordado, y un agente "B" se compromete a pagar una tasa de interés que varía según el promedio de la tasa de interés interbancaria diaria (PTID), sobre el mismo monto y plazo. Por otro lado, en una operación de SPC en UF, la tasa de interés fija es en UF y la tasa flotante corresponde también al PTID, pero expresada en UF.

En general, los agentes del mercado nacional operan SPC en pesos en los plazos a 1, 2 y 5 años, mientras que los SPC en UF los operan a 1, 2, 5 y 10 años.

La Tasa Promedio Cámara es la que corresponde a la media de las tasas interbancarias promedio publicadas por el Banco Central de Chile en su informativo diario, durante cada uno de los días comprendidos en un período de intereses.

Para el caso de la tasa promedio cámara reajutable en UF deberá obtenerse, en primer lugar, la Tasa Nominal Mensual (TNM) de acuerdo a la siguiente fórmula:

$$TNM = \left[ \left( 1 + \frac{TNA}{100} \right)^{\frac{1}{12}} - 1 \right] \times 100$$

donde TNA es la Tasa Nominal Anual informada por el Banco Central. Además, la TNM se ajusta a dos decimales.

Entonces, una vez obtenida la TNM, se procede a calcular la Tasa Promedio Cámara para operaciones reajustables en UF (Tasa Reajutable Anual – TRA –) mediante la siguiente fórmula:

$$TRA = \left[ \frac{\left( \frac{TNM \times PE}{3000} \right) - \left( \frac{UF_2}{UF_1} - 1 \right)}{\frac{UF_2}{UF_1}} \right] \times \frac{360}{PE}$$

donde TRA = Tasa Real Anual, PE es el plazo efectivo del período de intereses,  $UF_1$  es el valor UF del primer día de intereses,  $UF_2$  es el valor UF del último día de intereses y la TRA se debe aproximar a 4 decimales.

- d) Existe un costo para los agentes, especialmente para el caso de los bancos, el tener que mantener stocks en papeles que requieren de caja o capital. Este costo equivale al mejor uso alternativo que se le podría dar a un cierto monto de capital o caja. Este costo se puede medir a través de las tasas del mercado monetario (prime). Si estas tasas son elevadas, entonces se encarece el mantenimiento de stocks de bonos físicos para los agentes, quienes privilegiarán el uso de los SPC, ya sea con fines de cobertura financiera o con fines especulativos. Una sustitución entre posiciones con bonos (disminución) y SPC (aumento), produce necesariamente un alza en las tasas de los bonos y una baja en las de los SPC (*ceteris paribus*), logrando con ello que el swap spread disminuya.

En general, la mayor flexibilidad de los SPC como instrumentos de cobertura, respecto de los bonos, se explica en que los SPC no requieren de liquidez o capital como los bonos (costo de oportunidad de la liquidez), aún cuando consumen línea de crédito, la cual es finita y en ciertas circunstancias puede escasear.

Además, los SPC son instrumentos a la medida, ya que se puede escoger sin mayores dificultades la duración y el monto nominal. En el caso de los bonos, la disponibilidad de estos factores queda limitada a lo que ofrezca en un determinado momento el mercado primario o secundario.

De acuerdo a lo anterior, se recomienda calcular una prima por liquidez a partir del diferencial entre instrumentos como bonos y/o depósitos versus los swaps de tasa de interés, siendo estos últimos instrumentos considerados como libres de riesgo, pudiendo así tomar la alternativa de descartar los títulos emitidos por el Banco Central o por la Tesorería General de la República.

### **Proxy de Prima por liquidez a utilizar para el caso chileno**

Anteriormente se estableció que la prima por liquidez deberá sumársele a una tasa considerada libre de riesgo, para lo cual debería utilizarse una curva representativa de contratos swaps promedio de cámara (SPC) y no así, de instrumentos gubernamentales emitidos por el Banco Central o por la Tesorería General de la República. Lo anterior se

basa en la alta liquidez que representan los SPC, además de la situación coyuntural que se tiene con el swap spread negativo en UF del mercado nacional.<sup>14</sup>

Entonces, ¿cómo puede definirse la prima por riesgo de liquidez? Para responder a esta pregunta, se debe tener en claro que la obtención de la prima por liquidez sólo se obtiene al comparar instrumentos que presenten una similitud en su riesgo de crédito y por lo tanto, el spread que se dé entre ambos corresponderá exclusivamente a lo que se entiende como prima por liquidez (spread residual).

Una primera idea intuitiva podría corresponder al diferencial que se obtiene entre dos instrumentos de igual plazo e igual riesgo de crédito. Para ello se podría hacer uso en Chile del spread que se logra entre una curva libre de riesgo obtenida por las transacciones de los Bonos Gubernamentales versus aquella que se podría obtener a partir de transacciones de Bonos de Reconocimiento. Ambos bonos son libre de riesgo y por lo tanto su spread correspondería sólo a la prima por liquidez. Sin embargo, las transacciones de bonos de reconocimiento son mínimas<sup>15</sup> y por lo tanto la estimación de una curva asociada a ellos los hace inviables, ya que distorsionaría la verdadera prima por liquidez para el mercado nacional.

Una segunda idea que podría plantearse es el spread que se suscita entre las curvas cero real del gobierno versus las curvas obtenidas a partir de los bonos corporativos de tipo AAA. El único supuesto necesario para ello es el tener que suponer que los bonos corporativos AAA están exentos de riesgo de crédito, o en su defecto, que es tan pequeño que lo vuelve inmaterial. Esto parece una solución razonable de presentar para efecto de determinar la prima por liquidez. Sin embargo, creemos que si bien es una buena solución para determinar la prima, también creemos que existen los motivos suficientes para afirmar que dichos bonos corporativos sí presentan en su spread algo de riesgo de crédito.

Existe también una tercera alternativa válida para estimar la prima por liquidez en Chile aplicable a la tasa libre de riesgo que descuenta las reservas de las Mutualidades de Empleadores. Esta prima se basa en lo sugerido por Gregoire y Ortiz (2009),<sup>16</sup> y cuyo origen se basa en la literatura financiera propuesta por Grinblatt (2001),<sup>17</sup> en cuanto a utilizar spreads entre los bonos y los swaps. Esto de utilizar los spreads que se provocan entre los swaps y los bonos es lo ya hemos discutido anteriormente en este informe.

---

<sup>14</sup> Debe señalarse que esta situación no podría asumirse como estable en el tiempo y en el largo plazo ya que su causa principal obedece a temas coyunturales más que estructurales, motivo por el cual amerita una revisión permanente a lo largo del tiempo con tal de poder definir de mejor forma lo que se entiende por instrumentos líquidos y libres de riesgo.

<sup>15</sup> A modo de ejemplo, y de acuerdo a la información estadística disponible en el sitio web de la Superintendencia de Pensiones, las transacciones de Bonos de Reconocimiento durante el año 2013 ha sido despreciable, habiendo meses en que ninguna AFP transó alguno de ellos (información disponible hasta el 31 de octubre del año 2013).

<sup>16</sup> Jorge Gregoire y Claudio Ortiz. "Premio por riesgo de liquidez en el mercado de depósitos a plazo bancarios en Chile". Tesis Magíster en Finanzas, Universidad de Chile. 2009.

<sup>17</sup> Mark Grinblatt. "An Analytic Solution for Interest Rate Swap Spreads". International Review of Finance. Vol 2 (3). 2001.

En cuanto a esto debemos indicar que para nuestro mercado nacional, en especial el mercado de depósitos a plazo que se tiene en la Bolsa de Comercio de Santiago, los bancos son los principales captadores de fondos, quienes a su vez ofrecen los certificados de depósito (lado de la oferta). Desde el punto de vista de la demanda de dichos instrumentos, los principales demandantes de estos depósitos corresponden a las AFP's, así como también los fondos mutuos, las compañías de seguro, las Mutualidades de Empleadores, las empresas del sector real o las propias personas naturales. Por lo tanto, las transacciones en este mercado deberían reflejar la tasa de interés de equilibrio que está dispuesto a pagar la oferta respecto a lo que desea recibir el demandante de certificados de depósitos por otorgar liquidez.

Además, y tal como se explicó en el desarrollo de este informe, los swaps de tasas de interés son contratos que establecen intercambios periódicos de tasa de interés fija contra tasa de interés variable, siendo éstos utilizados para fines de cobertura, especulación o medición de riesgo. En este contrato no hay traspaso de capital en ningún momento durante el transcurso del contrato, ni antes ni después (existe un capital notional), por lo que las partes acuerdan pagar una tasa de interés fija y recibir una tasa variable (o vice-versa). Al existir un capital notional, sólo se compensa periódicamente por diferencial de intereses. Ahora bien, este diferencial esperado de intereses es tan marginal respecto al capital notional, que el mercado transa este producto como si el premio por liquidez fuese cero. Es por ello que para efectos de valorización por parte del mercado, se asume que no existe un compromiso material de liquidez.

Ahora bien, y respecto de las tasas swaps promedio de cámara, estas tasas son arbitradas por el mercado interbancario. Por lo tanto, y en relación a esto, el riesgo de crédito implícito en los precios de mercado de los swaps es el riesgo interbancario, riesgo que corresponde de igual forma al riesgo de crédito que se deduce de la tasa de depósitos a plazo bancarios. Por lo tanto, al estar estos dos instrumentos influenciados por la misma calidad crediticia, el spread obtenido no se sesga por riesgo de crédito.

Es decir, la prima por liquidez se obtiene de manera limpia de riesgo de crédito, lo cual ya lo habíamos discutido al querer obtener una prima por liquidez a partir del spread obtenido entre los bonos de reconocimiento y los bonos gubernamentales, en el sentido de obtener un spread limpio de riesgo de crédito. Considerando la amplia disponibilidad de información existente sobre depósitos bancarios, y teniendo como base de cálculo las tasas de swaps promedio de cámara del mercado nacional, creemos que la prima por liquidez debería obtenerse simplemente a partir de la siguiente relación:

$$\text{Tasa de los Depósitos} = \text{Prima por Liquidez} + \text{Tasa Swap}$$

$$\text{Prima por Liquidez} = \text{Tasa de los Depósitos} - \text{Tasa Swap}$$

Sin embargo, debemos dejar en claro que con esta sencilla fórmula se presenta un pequeño problema y es que los instrumentos de depósitos en Chile, por lo general no superan el año de vencimiento, lo cual no se condiría con una prima por liquidez que sea extrapolable a un vector de tasa que supere los 20 años, lo cual es necesario al momento de estimar la tasa de descuento de las reservas.

Si bien se puede obtener la prima por liquidez de manera directa entre los depósitos a plazo bancarios a un año (ponderadas por volumen de las tasas diarias del remate electrónico de la Bolsa de Comercio de Santiago) y las tasas swap promedio de cámara (swap promedio cámara a un año plazo compensado contra el Índice Cámara Promedio de la Asociación de Bancos e Instituciones Financieras con tal de obtener una tasa bullet cero cupón al igual que el depósito a plazo), esta prima debería de asumirse constante y extrapolable a lo largo de toda la curva del vector de tasa libre de riesgo.<sup>18</sup>

Por último, existe una cuarta alternativa, la cual está relacionada con las dos anteriores y es que se trata de obtener la prima por liquidez a partir de los diferenciales que existen en los ratings crediticios de los bonos corporativos, además de la información proveniente de las curvas de tasas obtenidas a partir de los bonos de gobierno. Para ello se debe asumir que el spread existente entre un bono AA y un bono AAA corresponde exclusivamente a riesgo de crédito.

Asimismo, se debe suponer que el diferencial o spread entre un instrumento libre de riesgo del gobierno y un bono AAA incluye tanto riesgo de crédito como riesgo de liquidez. Si el riesgo de crédito incluido en el spread entre el bono libre de riesgo del gobierno y el bono AAA es igual al riesgo de crédito que existe en el spread que se da entre el bono AAA y el bono AA (supuesto que es bastante creíble y fácil de asumir), entonces la prima por liquidez se obtiene de manera inmediata y directa como el spread que se da entre el bono libre de riesgo del gobierno y el bono AAA, menos el spread entre el bono AAA y el bono AA.

Es decir:

$$\text{Prima por Liquidez} = (\text{Tasa Bono AAA} - \text{Tasa libre de riesgo}) - (\text{Tasa AA} - \text{Tasa AAA})$$

Sin embargo, y considerando que el swap spread en Chile para instrumentos en UF se ha vuelto negativo, faltaría por sumar a la fórmula recién descrita el diferencial de tasa que significa dicho swap spread, entendiendo con ello que las mayores tasas libres de riesgo del gobierno en comparación a las tasas exigidas en los SPC en UF se justifican por el sólo hecho de que los bonos libres de riesgo del gobierno incluyen también en su tasa una prima por liquidez. Por lo tanto:

$$\text{PL} = (\text{Tasa Bono AAA} - \text{Tasa libre de riesgo}) - (\text{Tasa AA} - \text{Tasa AAA}) - \text{Swap Spread negativo}$$

De acuerdo a la información entregada por el sitio de RiskAmerica al 30 de octubre, las curvas presentaban el siguiente comportamiento:

---

<sup>18</sup> En cuanto al vector de tasas que se requiere para obtener una tasa libre de riesgo promedio, el mercado nacional ofrece curvas a 20 años que son obtenidas a partir de transacciones swaps. Un ejemplo de ello lo constituye la empresa RiskAmerica.

Figura 22

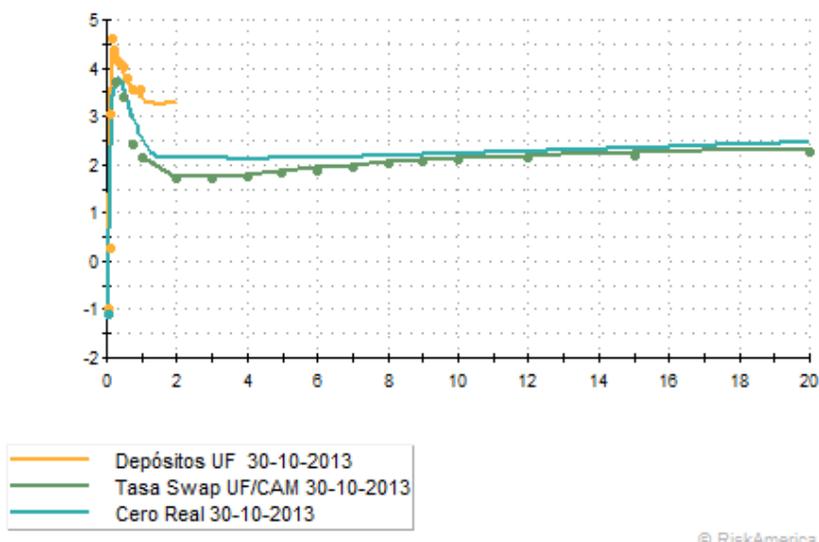
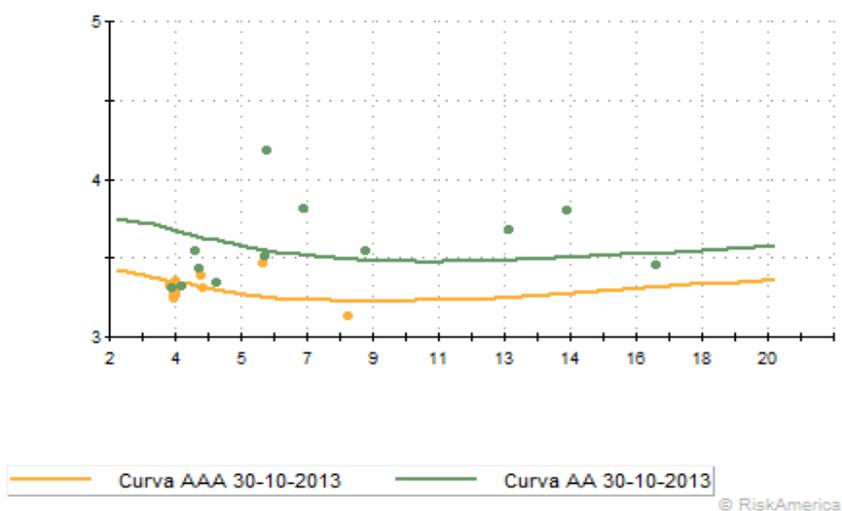


Figura 23



Creemos que esta solución es una alternativa fácil de implementar por la SUSESO, para lo cual el regulador deberá evaluarla anualmente con tal de que se la sume al vector de tasa libre de riesgo,<sup>19</sup> el cual también debería calcularse año tras año (tal como lo hace la Superintendencia de Pensiones para la determinación de capitales necesarios), y con ello se aseguraría que la tasa de descuento de las reservas sea lo suficientemente representativa para justificar el pasivo de reservas informado en el balance de una Mutualidad.

Por lo tanto, hemos presentado un modelo que propone el uso de información disponible en el mercado nacional, el cual se basa en las tasas de rendimientos de los bonos corporativos así como también de los swap promedio de cámara, dejando por ahora de lado aquellos modelos más sofisticados que se basan en el uso de derivados, tal como ocurre en mercados de capitales más profundos y desarrollados que el nuestro.

<sup>19</sup> Vector de tasa “libre de riesgo” que se forma a partir de las transacciones de SPC en UF y no de los instrumentos de Gobierno, debido a la mayor liquidez que presentan los SPC.